

Юго-Западный государственный университет
Кафедра вычислительной техники

ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ И ИХ СВЯЗЬ С ПЕРЕЧИСЛИТЕЛЬНОЙ КОМБИНАТОРИКОЙ И СМЕЖНЫМИ РАЗДЕЛАМИ МАТЕМАТИКИ

Ватутин Э.И.

Курск, 2021



История создания OEIS

Основные типы задач комбинаторики:

- на существование решения;
- на доказательство оптимальности;
- на пересчет объектов.

Задачи на пересчет объектов образуют числовые ряды, которые можно использовать для идентификации комбинаторных объектов.

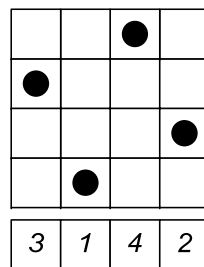
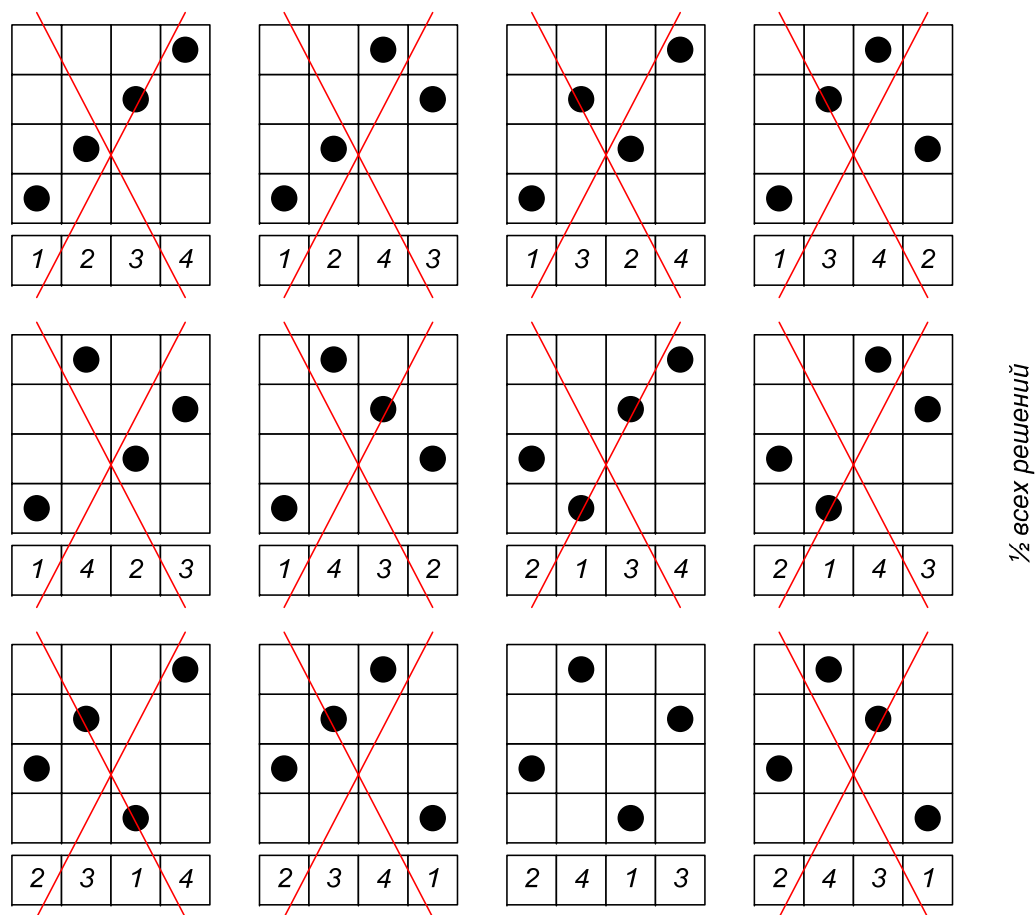
Пример: задача о ферзях (англ. N queens problem)



Нил Слоан (NJAS)
1939 – НВ



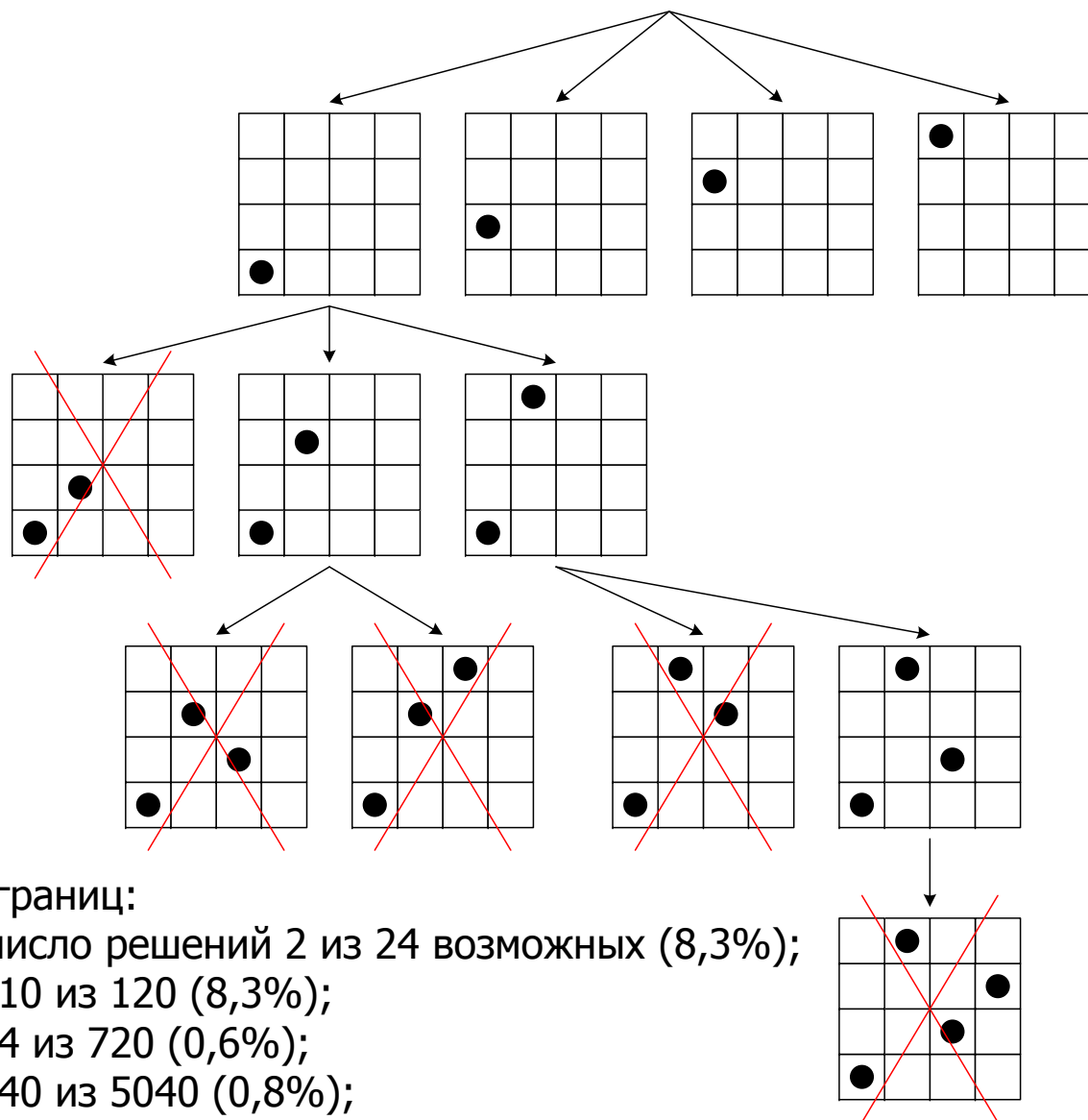
Задача о ферзях – решения для N=4



- 2 решения из 24 корректны



Задача о ферзях – отбрасывание некорректных решений



- метод ветвей и границ:
 - при $N = 4$ число решений 2 из 24 возможных (8,3%);
 - при $N = 5$: 10 из 120 (8,3%);
 - при $N = 6$: 4 из 720 (0,6%);
 - при $N = 7$: 40 из 5040 (0,8%);
 - при $N = 8$: 92 из 40320 (0,2%);
 - ...



Задача о ферзях – числовой ряд

- Числовой ряд ($0 \leq N \leq 27$):
1, 1, 0, 0, 2, 10, 4, 40, 92, 352, 724, 2680, 14200, 73712, 365596, 2279184, 14772512, 95815104, 666090624, 4968057848, 39029188884, 314666222712, 2691008701644, 24233937684440, 227514171973736, 2207893435808352, 22317699616364044, 234907967154122528 —
<https://oeis.org/A000170>.
- Задача вычисления старших членов ряда является вычислительно сложной и решается с использованием алгоритмических трюков и высокопроизводительных вычислительных средств.

A000170	Number of ways of placing n nonattacking queens on an $n \times n$ board. (Formerly M1958 N0775)	77
	1, 1, 0, 0, 2, 10, 4, 40, 92, 352, 724, 2680, 14200, 73712, 365596, 2279184, 14772512, 95815104, 666090624, 4968057848, 39029188884, 314666222712, 2691008701644, 24233937684440, 227514171973736, 2207893435808352, 22317699616364044, 234907967154122528 (list ; graph ; refs ; listen ; history ; text ; internal format)	
OFFSET	0,5	
COMMENTS	For $n > 3$, $a(n)$ is the number of maximum independent vertex sets in the $n \times n$ queen graph. - Eric W. Weisstein , Jun 20 2017 Number of nodes on level n of the backtrack tree for the n queens problem ($a(n) = A319284(n, n)$). - Peter Luschny , Sep 18 2018 Number of permutations of $[1..n]$ such that $ p(j)-p(i) \neq j-i$ for $i < j$. - Xiangyu Chen , Dec 24 2020	
REFERENCES	M. Gardner, The Unexpected Hanging, pp. 190-2, Simon & Shuster NY 1969 Jieh Hsiang, Yuh-Pyng Shieh and Yao-Chiang Chen, The cyclic complete mappings counting problems, in Problems and Problem Sets for ATP, volume 02-10 of DIKU technical reports, G. Sutcliffe, J. Pelletier and C. Suttner, eds., 2002. D. E. Knuth, The Art of Computer Programming, Volume 4, Pre-fascicle 5B, Introduction to Backtracking, 7.2.2. Backtrack programming. 2018. Massimo Nocentini, "An algebraic and combinatorial study of some infinite sequences of numbers supported by symbolic and logic computation", PhD Thesis, University of Florence, 2019. See Ex. 67. W. W. Rouse Ball and H. S. M. Coxeter, Mathematical Recreations and Essays, 13th ed., New York, Dover, 1987, pp. 166-172 (The Eight Queens Problem). M. A. Sainte-Laguë, Les Réseaux (ou Graphes), Mémorial des Sciences Mathématiques,	



Пример числового ряда: десятичное представление числа Пи

A000796	Decimal expansion of Pi (or digits of Pi). (Formerly M2218 N0880)	875
	3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5, 8, 9, 7, 9, 3, 2, 3, 8, 4, 6, 2, 6, 4, 3, 3, 8, 3, 2, 7, 9, 5, 0, 2, 8, 8, 4, 1, 9, 7, 1, 6, 9, 3, 9, 9, 3, 7, 5, 1, 0, 5, 8, 2, 0, 9, 7, 4, 9, 4, 4, 5, 9, 2, 3, 0, 7, 8, 1, 6, 4, 0, 6, 2, 8, 6, 2, 0, 8, 9, 9, 8, 6, 2, 8, 0, 3, 4, 8, 2, 5, 3, 4, 2, 1, 1, 7, 0, 6, 7, 9, 8, 2, 1, 4 (list ; constant ; graph ; refs ; listen ; history ; text ; internal format)	
OFFSET	1,1	
COMMENTS	Sometimes called Archimedes's constant. Ratio of a circle's circumference to its diameter. Also area of a circle with radius 1. Also surface area of a sphere with diameter 1. A useful mnemonic for remembering the first few terms: How I want a drink, alcoholic of course, after the heavy lectures involving quantum mechanics ... Also ratio of surface area of sphere to one of the faces of the circumscribed cube. Also ratio of volume of a sphere to one of the six inscribed pyramids in the circumscribed cube. - Omar E. Pol , Aug 09 2012 Also surface area of a quarter of a sphere of radius 1. - Omar E. Pol , Oct 03 2013 Also the area under the peak-shaped even function $f(x)=1/\cosh(x)$. Proof: for the upper half of the integral, write $f(x) = (2*\exp(-x))/(1+\exp(-2x)) = 2*\sum_{k \geq 0} (-1)^k * \exp(-(2k+1)*x)$ and integrate term by term from zero to infinity. The result is twice the Gregory series for $\pi/4$. - Stanislav Sykora , Oct 31 2013 A curiosity: a 144 X 144 magic square of 7th powers was recently constructed by Toshihiro Shirakawa. The magic sum = 3141592653589793238462643383279502884197169399375105, which is the concatenation of the first 52 digits of Pi. See the MultiMagic Squares link for details. - Christian Boyer, Dec 13 2013 [Comment revised by N. J. A. Sloane , Aug 27 2014] $x*\pi$ is also the surface area of a sphere whose diameter equals the square root of x . - Omar E. Pol , Dec 25 2013 Also diameter of a sphere whose surface area equals the volume of the circumscribed cube. - Omar E. Pol , Jan 13 2014 From Daniel Forgues , Mar 20 2015: (Start) An interesting anecdote about the base-10 representation of Pi, with 3 (integer part) as first (index 1) digit: 358 0 359 3 360 6 361 0 362 0 And the circle is customarily subdivided into 360 degrees (although π radians yields half the circle)...	





Пример числового ряда: коэффициенты рядов Тейлора

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{2}{3!} x^3 + \frac{16}{5!} x^5 + \frac{272}{7!} x^7 + \dots = x + \frac{1}{3} x^3 + \frac{2}{15} x^5 + \frac{17}{315} x^7 + \dots$$

$$\operatorname{th} x = x - \frac{1}{3} x^3 + \frac{2}{15} x^5 - \frac{17}{315} x^7 + \frac{62}{2835} x^9 - \frac{1382}{155925} x^{11} + \dots$$

- **1, 2, 16, 272, 7936, 353792, ...** — числители в разложении $\operatorname{tg}(x)$ или $\operatorname{th}(x)$ в ряд Тейлора (<https://oeis.org/A000182>);
- **1, 1, 2, 17, 62, 1382, 21844, 929569, ...** — числители в разложении $\operatorname{tg}(x)$ или $\operatorname{th}(x)$ после выполнения сокращения (<https://oeis.org/A002430>);
- **1, 3, 15, 315, 2835, 155925, 6081075, 638512875, ...** — знаменатели в разложении $\operatorname{tg}(x)$ или $\operatorname{th}(x)$ после выполнения сокращения (<https://oeis.org/A036279>).



Пример числового ряда: цепные дроби

$$\operatorname{arctg} x = \frac{x}{1 + \frac{x^2}{3 + \frac{(2x)^2}{5 + \frac{(3x)^2}{7 + \frac{(4x)^2}{9 + \dots}}}}}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{3 - \frac{x^2}{5 - \frac{x^2}{7 - \frac{x^2}{9 - \dots}}}}}$$

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

$$e = [2; 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 6, 1, 1, 8, 1, 1, 10, 1, \dots] = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{1 + \frac{1}{8 + \frac{1}{1 + \frac{1}{10 + \dots}}}}}}}}}}}}}}$$

- **2, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 6, 1, 1, 8, 1, 1, 10, ...** — коэффициенты разложения основания натурального логарифма в цепную дробь (<https://oeis.org/A003417>);
- производящие функции:

$$G.f.: 2x + x^2 + 2x^3 + x^4 + x^5 + 4x^6 + \dots = \frac{2 + x + 2x^2 - 3x^3 - x^4 + x^6}{1 - 2x^3 + x^6}$$

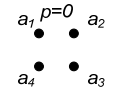
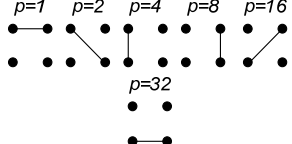
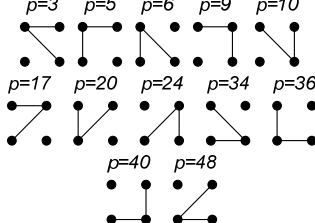
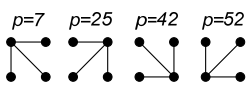
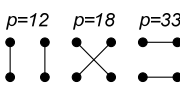
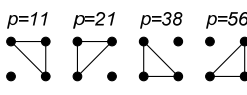
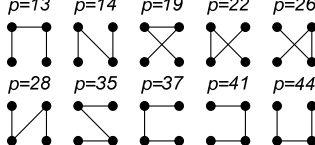
$$E.g.f.: \frac{2}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4 + \frac{1}{5!}x^5 + \frac{4}{6!}x^6 + \dots =$$

$$= \frac{2}{9}e^x(x+3) + \frac{2}{9}e^{-\frac{x}{2}} \left(2x \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{2\pi}{3} \right) - 3 \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \right) + x$$



Пример: идентификация комбинаторных объектов

Подсчет числа классов изоморфизма неориентированных графов из N вершин:

Класс изоморфизма	Примеры графов	Инвариант
1		$\begin{pmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{pmatrix}$
2		$\begin{pmatrix} - \\ - \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
3		$\begin{pmatrix} - \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
4		$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
5		$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
6		$\begin{pmatrix} - \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
7		$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Кроме того:

- преобразование Эйлера для последовательности [A001349](https://oeis.org/A001349) (число связных графов из N вершин);
- number of equivalence classes of sign patterns of totally nonzero symmetric N x N matrices.

A000088	Number of graphs on n unlabeled nodes. (Formerly M1253 N0479)	213
	1, 1, 2, 4, 11, 34, 156, 1044, 12346, 274668, 12005168, 1018997864, 165091172592, 50502031367952, 29054155657235488, 31426485969804308768, 64001015704527557894928, 245935864153532932683719776, 1787577725145611700547878190848, 24637809253125004524383007491432768 (list ; graph ; refs ; listen ; history ; text ; internal format)	
OFFSET	0,3	
COMMENTS	Euler transform of the sequence A001349 . Also, number of equivalence classes of sign patterns of totally nonzero symmetric n X n matrices.	
REFERENCES	Miklos Bona, editor, Handbook of Enumerative Combinatorics, CRC Press, 2015, page 430. J. L. Gross and J. Yellen, eds., Handbook of Graph Theory, CRC Press, 2004; p. 519. F. Harary, Graph Theory. Addison-Wesley, Reading, MA, 1969, p. 214. F. Harary and E. M. Palmer, Graphical Enumeration, Academic Press, NY, 1973, p. 240. Thomas Boyer-Kassem, Conor Mayo-Wilson, Scientific Collaboration and Collective Knowledge: New Essays, New York, Oxford University Press, 2018, see page 47. M. Kauer and P. Paule, The Concrete Tetrahedron, Springer 2011, p. 54. Lupanov, O. B. Asymptotic estimates of the number of graphs with n edges. (Russian) Dokl. Akad. Nauk SSSR 126 1959 498--500. MR0109796 (22 #681). M. D. McIlroy, Calculation of numbers of structures of relations on finite sets, Massachusetts Institute of Technology, Research Laboratory of Electronics, Quarterly Progress Reports, No. 17, Sep. 15, 1955, pp. 14-22. R. C. Read and R. J. Wilson, An Atlas of Graphs, Oxford, 1998. R. W. Robinson, Numerical implementation of graph counting algorithms, AGRC Grant, Math. Dept., Univ. Newcastle, Australia, 1976. N. J. A. Sloane, A Handbook of Integer Sequences, Academic Press, 1973 (includes this sequence). N. J. A. Sloane and Simon Plouffe, The Encyclopedia of Integer Sequences, Academic Press, 1995 (includes this sequence).	

- **1, 1, 2, 4, 11, 34, 156, 1044, 12346, 274668, 12005168, ...** — число классов изоморфизма неориентированных графов из N вершин (<https://oeis.org/A000088>).



Online Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)



[The OEIS Foundation](#) is supported by donations from users of the OEIS and by a grant from the Simons Foundation.

0 1 3 6 2 7
: 13
: 20
23 12
10 22 11 21

THE ON-LINE ENCYCLOPEDIA
OF INTEGER SEQUENCES[®]

founded in 1964 by N. J. A. Sloane

[The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences[®] \(OEIS[®]\)](#)

Enter a sequence, word, or sequence number:

[Hints](#) [Welcome](#) [Video](#)

For more information about the Encyclopedia, see the [Welcome](#) page.

Languages: [English](#) [Shqip](#) [العربية](#) [Bangla](#) [Български](#) [Català](#) [中文 \(正體字, 简化字 \(1\), 简化字 \(2\)\)](#)
[Hrvatski](#) [Čeština](#) [Dansk](#) [Nederlands](#) [Esperanto](#) [Eesti](#) [فارسی](#) [Suomi](#) [Français](#) [Deutsch](#) [Ελληνικό](#) [ગુજરાતી](#) [עברית](#)
[हिंदी](#) [Magyar](#) [Igbo](#) [Bahasa Indonesia](#) [Italiano](#) [日本語](#) [ಕನ್ನಡ](#) [한국어](#) [Lietuvių](#) [मराठी](#) [Bokmål](#) [Nynorsk](#) [Polski](#) [Português](#)
[Română](#) [Русский](#) [Српски](#) [Slovenščina](#) [Español](#) [Svenska](#) [Tagalog](#) [ภาษาไทย](#) [Türkçe](#) [Українська](#) [اردو](#) [Tiếng Việt](#) [Cymraeg](#)

[Lookup](#) | [Welcome](#) | [Wiki](#) | [Register](#) | [Music](#) | [Plot 2](#) | [Demos](#) | [Index](#) | [Browse](#) | [More](#) | [WebCam](#)
[Contribute new seq. or comment](#) | [Format](#) | [Style Sheet](#) | [Transforms](#) | [Superseeker](#) | [Recent](#)
[The OEIS Community](#) | Maintained by [The OEIS Foundation Inc.](#)

[License Agreements](#), [Terms of Use](#), [Privacy Policy](#).

Last modified September 13 00:27 EDT 2021. Contains 347360 sequences. (Running on oeis4.)





Угадай последовательность

Числовой ряд 1:

**0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, ...**

Числовой ряд 2:

**..., 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521,
1600, 1681, 1764, 1849, 1936, 2025, 2116, 2209,
2304, 2401, 2500, ...**

Числовой ряд 3:

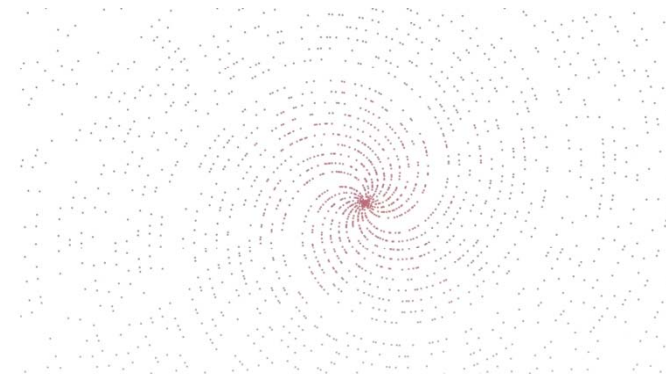
**1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8,
12, 10, 22, 8, 20, 12, 18, 12, 28, 8, 30, 16, 20, 16, 24,
12, 36, 18, 24, 16, 40, 12, 42, 20, 24, 22, 46, 16, 42,
20, 32, 24, 52, 18, 40, 24, 36, 28, 58, 16, 60, 30, 36,
32, 48, 20, 66, 32, 44, ...**



Угадай последовательность

$a(n)=1$ если n — простое число, <https://oeis.org/A010051>,
пример бинарной последовательности

0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0,
0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, ...



<https://www.youtube.com/watch?v=DxntHp7-wbq>

Ряд квадратов натуральных чисел,

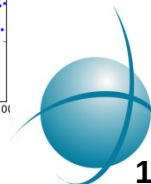
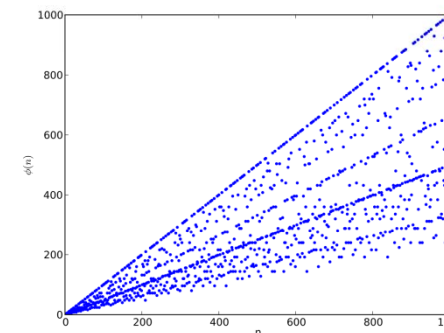
<https://oeis.org/A000290>

..., 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521,
1600, 1681, 1764, 1849, 1936, 2025, 2116, 2209,
2304, 2401, 2500, ...

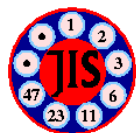
ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОТ 10 ДО 99										
Единицы Десятки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Функция Эйлера $\phi(n)$, <https://oeis.org/A000010>

1, 1, 2, 2, 4, 2, 6, 4, 6, 4, 10, 4, 12, 6, 8, 8, 16, 6, 18, 8,
12, 10, 22, 8, 20, 12, 18, 12, 28, 8, 30, 16, 20, 16, 24,
12, 36, 18, 24, 16, 40, 12, 42, 20, 24, 22, 46, 16, 42,
20, 32, 24, 52, 18, 40, 24, 36, 28, 58, 16, 60, 30, 36,
32, 48, 20, 66, 32, 44, ...



Journal of Integer Sequences (Scopus Q3, 0.86 IF)



Journal of Integer
Sequences

This is the home page for the electronic **Journal of Integer Sequences**, ISSN 1530-7638.

The journal is devoted to papers dealing with integer sequences and related topics. All submissions should be sent to the editor-in-chief,

Jeffrey O. Shallit
shallit@uwaterloo.ca
School of Computer Science
University of Waterloo
Waterloo, Ontario N2L 3G1
Canada

Editorial board:

- [Jean-Paul Allouche](#) (CNRS, IMJ, Paris)
- [Henry W. Gould](#) (West Virginia Univ., Morgantown, WV USA),
- [Ian P. Goulden](#) (University of Waterloo, Waterloo, ON, Canada),
- [Jeffrey C. Lagarias](#) (University of Michigan, Ann Arbor, MI USA),
- [Toufik Mansour](#) (University of Haifa, Haifa, Israel)
- [Simon Plouffe](#) (Université du Québec à Montréal, Montréal, PQ Canada),
- [Jeffrey O. Shallit](#), Editor-in-Chief (University of Waterloo, Waterloo, ON Canada),
- [Neil J. A. Sloane](#), Founding Editor (President, OEIS Foundation)
- [Stephan Wagner](#) (Uppsala University, Sweden)
- [Sherry H. F. Yan](#) (Zhejiang Normal University, China)

Submission instructions

If you don't follow these instructions, your paper might be immediately rejected.

1. Electronic submission is *required*. Please submit your paper in **LaTeX format**. No other formats are currently acceptable. Do NOT send pdf or dvi files. Do not use `tcilatex` macros; these result in very poor output. We regret that we cannot handle submissions in Microsoft Word or Word Perfect formats. Submissions must be in English.
2. If there are accompanying style files or diagrams, please be sure to include them. If there are multiple files, please send all of them together as a single tar or zip file. You can use this BibTeX [style file](#) if you are preparing your bibliography in BibTeX.
3. The subject line of your email message should read "Submission to the Journal of Integer Sequences". (Any other header is in danger of being discarded by a spam filter.) This is also true for any revision, inquiries about your submission, etc.
4. Be sure that your submission latex'es properly with no errors or important warning messages. Check the .log files before submission. If you do not know where the .log files are, ask someone to help you find them. If there are errors or important warning messages (such as multiply defined labels) in the .log file, your paper risks **immediate rejection** without possibility of resubmission.

<https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/>



Journal of Integer Sequences, Vol. 23 (2020),
Article 20.1.2

Enumerating Diagonal Latin Squares of Order Up to 9

Stepan Kochemazov and Oleg Zaikin
ISDCT SB RAS
Lermontov street 134
664033 Irkutsk
Russia
veinamond@gmail.com
zaikin.icc@gmail.com

Eduard Vatutin
Southwest State University
50 let Oktyabrya 94
305040 Kursk
Russia
evatutin@rambler.ru

Alexey Belyshev
BOINC.ru
Nakhimov Avenue 36 Building 1
117218 Moscow
Russia
alexey-bell@yandex.ru

Abstract

We propose an algorithm for enumerating diagonal Latin squares. It relies on specific properties of diagonal Latin squares to employ symmetry breaking techniques.

1

Kochemazov S., Zaikin O., Vatutin E., Belyshev A. Enumerating Diagonal Latin Squares of Order Up to 9 // Journal of Integer Sequences. Vol. 23. Iss. 1. 2020. Article 20.1.2.



Смежные вопросы, связанные с числовыми рядами

- Существует ли аналитическая формула для n -го члена числового ряда?
задача о ладьях: **1, 1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, ...** — $a(n) = n!$
задача о ферзях: **1, 1, 0, 0, 2, 10, 4, 40, 92** — аналитическая формула неизвестна
- Известны ли верхние/нижние ограничения на значение n -го члена числового ряда?
максимальное число д-трансверсалей в ДЛК: **1, 0, 0, 4, 5, 6, 27, 120, 333, $a(10) \geq 866$, $a(11) \geq 4828$, $a(12) \geq 30192$, $a(13) \geq 131106$, $a(14) \geq 380718$, $a(15) \geq 389318$, $a(16) \geq 32172800$, $a(17) \geq 204995269$, ...**
- Известно ли асимптотическое поведение членов числового ряда?
задача о ферзях: **1, 1, 0, 0, 2, 10, 4, 40, 92, ...**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \log \frac{n!}{a(n)} = \text{const} \approx 0,90, \quad a(n) \simeq \frac{n!}{c^n}, \quad c \approx 2,54 \quad (\text{Cloitre, 2002})$$

перечисление ЛК: **1, 0, 3, 8, 15, 32, 133, 384, 2241, ...**

$$3,2^n \leq a(n) \leq 0,62^n n! \quad (\text{McKay, McLeod, Wanless, Cavenagh, 2010})$$

- Связан ли текущий числовой ряд с другими рядами?
число ЛК: **1, 2, 12, 576, 161280, 812851200, 61479419904000, ...**

$$A002860(n) = n! * A000479(n) = n! * (n-1)! * A000315(n)$$



Понятие ЛК и ДЛК

$$A = \|a_{ij}\|$$

$$i, j = \overline{1, N}$$

$$N = |S|$$

$$S = \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$$

$$\forall i, j, k = \overline{1, N}, j \neq k: (a_{ij} \neq a_{ik}) \wedge (a_{ji} \neq a_{ki})$$

$$\forall i, j = \overline{1, N}, i \neq j: (a_{ii} \neq a_{jj}) \wedge (a_{N-i+1, N-i+1} \neq a_{N-j+1, N-j+1})$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	9	4	3	6	7	5	0	8
2	9	3	1	7	0	5	8	4	6
3	4	1	2	8	7	9	6	5	0
4	3	5	9	2	1	8	0	6	7
5	6	4	8	1	2	0	9	7	3
6	5	8	7	0	3	2	1	9	4
7	8	6	0	9	4	1	2	3	5
8	7	0	5	6	9	3	4	1	2
9	0	7	6	5	8	4	3	2	1

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	2	4	9	0	6	5	1	3	8
8	3	6	7	5	9	0	2	4	1
2	6	8	5	1	7	4	0	9	3
5	8	9	1	7	0	3	4	6	2
9	4	1	2	8	3	7	6	0	5
4	7	5	6	9	1	8	3	2	0
3	0	7	8	2	4	1	9	5	6
6	5	0	4	3	2	9	8	1	7
1	9	3	0	6	8	2	5	7	4

Нормализованный ЛК порядка 10 Нормализованный ДЛК порядка 10

$$N! \times (N-1)!$$

$$(N-1)!$$





Перечисление ДЛК

Число диагональных латинских квадратов порядка N с фиксированной первой строкой ($N < 10$):

1, 0, 0, 2, 8, 128, 171200, 7447587840, 5056994653507584 ([A274171](#))

Число диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 10$):

1, 0, 0, 48, 960, 92160, 862848000, 300286741708800, 1835082219864832081920 ([A274806](#))

Число главных классов диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 10$)

1, 0, 0, 1, 2, 2, 972, 4873096, 3292326155394 ([A287764](#))

- Последовательности посчитаны впервые.
- Для $N=9$ расчет выполнялся около 3 месяцев с использованием высокооптимизированной программной реализации и проекта добровольных распределенных вычислений Gerasim@Home (<http://gerasim.boinc.ru>).
- Результат для $N=9$ независимо подтвержден О. Заикиным и С. Кочемазовым с использованием вычислительного кластера «Академик В.М. Матросов» СО РАН и Н. Никитиной и М. Манзюком в проекте RakeSearch при поиске строчно-перестановочных ОДЛК.
- С использованием X-образных диагональных заполнений и ESODLS схем подсчет осуществляется существенно быстрее (несколько суток в проекте).



Перечисление X-образных диагональных заполнений

[A309283](#) ([A338084](#)) — число классов эквивалентности X-образных заполнений диагоналей ДЛК порядка N ($N < 11$)

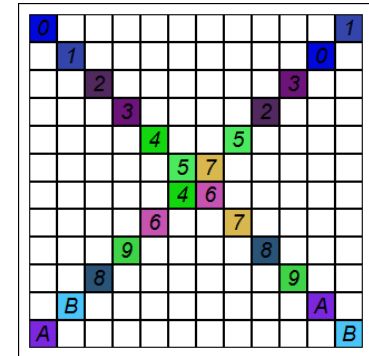
1, 0, 2, 3, 20, 67, 596

[A337302](#) — число X-образных заполнений диагоналей ДЛК порядка N с фиксированной главной диагональю ($N < 16$), $a(n) = A000316(\text{floor}(n/2))$,
[A000316](#) — число карточных деков особого вида (задача, не связанная с ЛК!), расширена Alois P. Heinz.

1, 1, 0, 0, 4, 4, 80, 80, 4752, 4752, 440192, 440192, 59245120, 59245120, 10930514688, 10930514688, 2649865335040, 2649865335040, 817154768973824, 817154768973824, 312426715251262464, 312426715251262464, 145060238642780180480, 145060238642780180480

[A337303](#) — число X-образных заполнений диагоналей ДЛК порядка N ($N < 16$).

1, 0, 0, 96, 480, 57600, 403200, 191600640, 1724405760, 1597368729600, 17571056025600, 28378507272192000, 368920594538496000, 952903592436341145600, 14293553886545117184000



Перечисление симметричных ДЛК

Симметричные в одной плоскости ДЛК:

[A287649](#), [A292516](#), [A296060](#), [A296061](#), [A340546](#)

Симметричные в двух плоскостях ДЛК:

[A287650](#), [A292517](#), [A340550](#)

Центрально симметричные ДЛК:

[A293777](#), [A293778](#), [A340545](#)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B
2	6	7	A	3	B	0	8	1	4	5	9
1	B	8	9	6	4	7	5	2	3	0	A
6	0	1	4	9	3	8	2	7	A	B	5
3	4	A	5	B	9	2	0	6	1	7	8
4	3	9	B	5	A	1	6	0	2	8	7
8	7	0	2	1	6	5	A	9	B	4	3
7	8	6	1	2	0	B	9	A	5	3	4
A	9	5	8	0	7	4	B	3	6	2	1
5	2	4	0	A	8	3	1	B	7	9	6
B	A	3	6	7	2	9	4	5	8	1	0
9	5	B	7	8	1	A	3	4	0	6	2

Дважды симметричный ДЛК

0	6	9	1	3	4	A	5	2	7	B	8
2	1	3	0	B	8	5	A	9	4	6	7
5	3	2	4	8	9	1	B	6	A	7	0
6	7	8	3	A	B	9	4	0	5	2	1
1	A	B	7	4	0	8	9	5	6	3	2
7	2	A	8	9	5	4	6	1	B	0	3
8	B	0	A	5	7	6	2	3	1	9	4
9	8	5	6	2	3	B	7	4	0	1	A
A	9	6	B	7	2	0	1	8	3	4	5
B	4	1	5	0	A	2	3	7	9	8	6
4	5	7	2	1	6	3	0	B	8	A	9
3	0	4	9	6	1	7	8	A	2	5	B

Центрально симметричный ДЛК

Показана связь между центральной и двойной (двухплоскостной) симметрией (благодарность И. Чернову за идею!): каждый дважды симметричный ДЛК обладает также центральной симметрией, обратное в общем случае не верно.





Перечисление ортогональных ДЛК и пустышек

ОДЛК:

[A287695](#) — Максимально возможное число нормализованных диагональных латинских квадратов, ортогональных одному диагональному латинскому квадрату порядка N ($N < 10$)

[A305568](#) — Число диагональных латинских квадратов без ортогональных диагональных латинских квадратов порядка N с фиксированной первой строкой ($N < 10$)

[A305569](#) — Число диагональных латинских квадратов без ортогональных диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 10$)

[A305570](#) — Число диагональных латинских квадратов с хотя бы одним ортогональным диагональным латинским квадратом порядка N с фиксированной первой строкой ($N < 10$)

[A305571](#) — Число диагональных латинских квадратов с хотя бы одним ортогональным диагональным латинским квадратом порядка N ($N < 10$)

Пары ОДЛК:

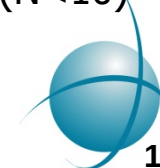
[A338250](#) — Число классов изоморфизма пар ортогональных диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 10$)

[A287651](#) — Число редуцированных (первая строка квадратов упорядочена, например, по возрастанию) пар ортогональных диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 10$)

[A339926](#) — Число пар ортогональных диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 10$)

Клики ОДЛК (MODLS):

[A328873](#) — Максимальная мощность множества попарно-ортогональных ДЛК порядка N ($N < 10$)



Перечисление главных классов ДЛК и их мощностей

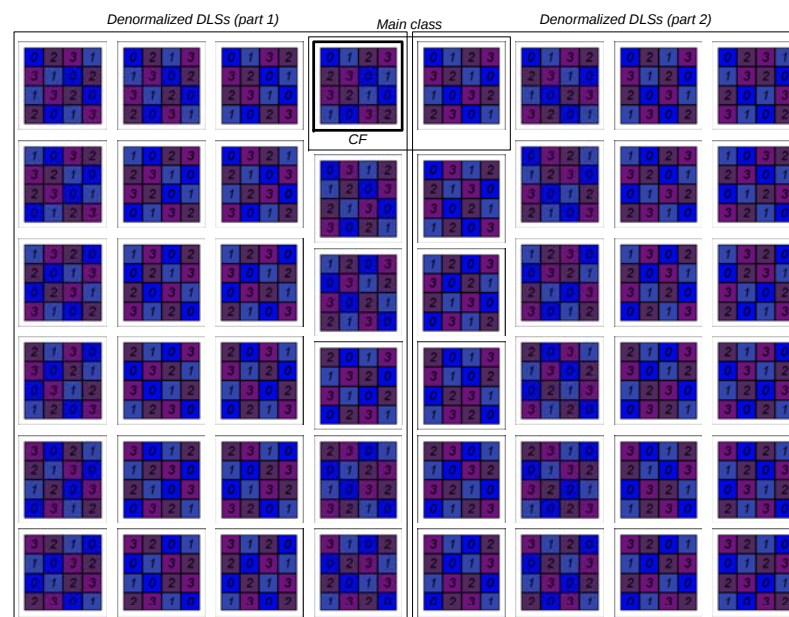
A287764 — Число главных классов диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 10$)

A299783 — Минимальный размер главного класса диагональных латинских квадратов порядка N с фиксированной первой строкой ($N < 9$)

A299784 — Максимальный размер главного класса диагональных латинских квадратов порядка N с фиксированной первой строкой ($N < 16$)

A299785 — Минимальный размер главного класса диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 9$)

A299787 — Максимальный размер главного класса диагональных латинских квадратов порядка N ($N < 16$)



Минимальная мощность главного класса связана с наличием у соответствующего ДЛК одной или нескольких обобщенных М-симметрий



ДЛК Брауна

ДЛК Брауна:

A339641 — Число главных классов диагональных латинских квадратов Брауна порядка N ($N < 10$)

A339305 — Число диагональных латинских квадратов Брауна с фиксированной первой строкой ($N < 10$)

A340186 — Число диагональных латинских квадратов Брауна ($N < 10$)

0	8	5	1	7	3	4	6	9	2
5	1	7	2	9	8	0	3	4	6
1	7	2	9	5	6	8	0	3	4
9	6	4	3	0	2	7	1	5	8
3	0	8	6	4	1	5	9	2	7
4	3	0	8	6	5	9	2	7	1
7	2	9	5	1	4	6	8	0	3
6	4	3	0	8	9	2	7	1	5
2	9	6	4	3	7	1	5	8	0
8	5	1	7	2	0	3	4	6	9

866 д-трансверселей,
5504 трансверселей
(Brown et al., 1992)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B
1	2	3	4	5	0	B	6	7	8	9	A
5	0	1	2	3	4	7	8	9	A	B	6
8	7	6	B	A	9	2	1	0	5	4	3
7	6	B	A	9	8	3	2	1	0	5	4
9	8	7	6	B	A	1	0	5	4	3	2
6	B	A	9	8	7	4	3	2	1	0	5
A	9	8	7	6	B	0	5	4	3	2	1
B	A	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2	3	4	5	0	1	A	B	6	7	8	9
4	5	0	1	2	3	8	9	A	B	6	7
3	4	5	0	1	2	9	A	B	6	7	8

28496 д-трансверселей,
198144 трансверселей,
1764493860 ОДЛК (месяц
расчета в проекте
Gerasim@Home, 2,5
TFLOP/s, распределенный
DLX),
дважды Браун (в двух
плоскостях).

Путем диагонализации
(156 ч в 1 поток) получен
квадрат с 30192 д-
трансверселями.

Существуют только для размерностей $N=2n$, обладают рекордно большим числом трансверселей.



Перечисление самоортогональных ДЛК

SODLS:

[A329685](#), [A287761](#), [A287762](#)

ESODLS:

[A309210](#), [A309598](#), [A309599](#)

DSODLS:

[A333366](#), [A333367](#), [A333671](#)

0	3	9	5	8	7	2	6	1	4
1	6	7	4	5	3	9	8	2	0
2	0	3	7	9	4	1	5	8	6
3	2	8	9	1	6	0	4	5	7
4	1	0	6	7	8	5	3	9	2
5	4	1	8	3	2	7	0	6	9
6	5	2	1	4	9	8	7	0	3
7	9	6	0	2	5	4	1	3	8
8	7	5	2	6	0	3	9	4	1
9	8	4	3	0	1	6	2	7	5

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	6	0	2	1	4	5	9	7	8
9	7	3	8	0	1	2	6	5	4
5	4	7	9	6	8	1	0	2	3
8	5	9	1	7	3	4	2	6	0
7	3	4	6	8	2	9	5	0	1
2	9	1	0	5	7	8	4	3	6
6	8	5	4	3	0	7	1	9	2
1	2	8	5	9	6	0	3	4	7
4	0	6	7	2	9	3	8	1	5

$$\text{SODLS: } B = A^T$$

- Некоторые ряды и/или отдельные значения были известны ранее.
- Входят в состав редких комбинаторных структур наряду с обобщенно симметричными ДЛК.
- Определение SODLS расширено до ESODLS, поиск которых можно эффективно организовать с использованием CMS схем без использования трансверселей (планируется доклад на RSD 2021, МГУ).
- Строчно-перестановочные ДЛК (RakeSearch) — частный случай ESOLS.



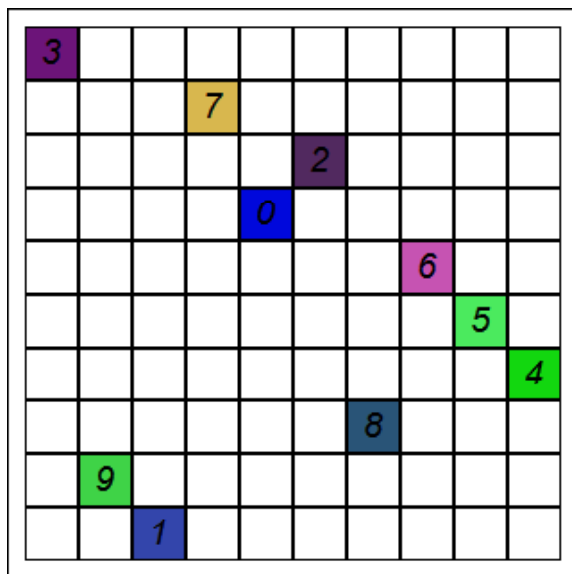
Трансверсали в ДЛК

A287645 — минимальное число трансверсалий в ДЛК порядка N

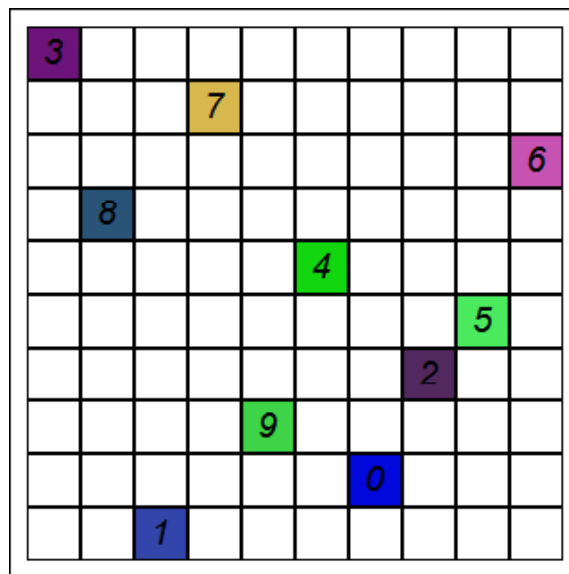
A287644 — максимальное число трансверсалий в ДЛК порядка N

A287647 — минимальное число диагональных трансверсалий в ДЛК порядка N

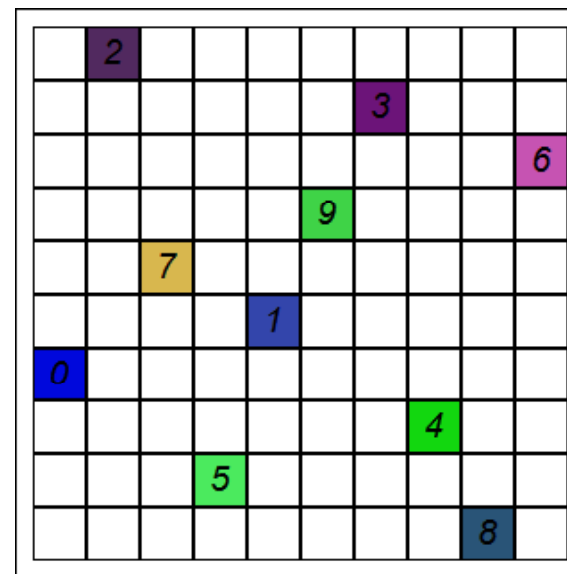
A287648 — минимальное число диагональных трансверсалий в ДЛК порядка N



Трансверсаль 1



Трансверсаль 2



Трансверсаль 3



Числовые ряды, связанные с трансверсалиями в ДЛК

A287645 — 1, 0, 0, 8, 3, 32, 7, 8, 68, $a(10) \leq 408$, $a(11) \leq 2477$,
 $a(12) \leq 2240$, $a(13) \leq 78253$, $a(14) \leq 422312$, $a(15) \leq 2415635$, $a(16) \leq 14689972$

A287644 — 1, 0, 0, 8, 15, 32, 133, 384, 2241, $a(10) \geq 5504$,
 $a(11) \geq 37851$, $a(12) \geq 198144$, $a(13) \geq 1030367$, $a(14) \geq 428296$, $a(15) \geq 2429398$,
 $a(16) \geq 14720910$, $a(17) \geq 1606008513$, $a(18) \geq 2167746304$, $a(19) \geq 87656896891$,
 $a(20) \geq 697292390400$, $a(21) \geq 51162162017$, $a(22) \geq ?$, $a(23) \geq 452794797220965$,
 $a(24) \geq ?$, $a(25) \geq 41609568918940625$

A287647 — 1, 0, 0, 4, 1, 2, 0, 0, 0, $a(10) \leq 15$, $a(11) \leq 279$, $a(12) \leq 74$,
 $a(13) \leq 8795$, $a(14) \leq 52484?$, $a(15) \leq ?$, $a(16) \leq 3994676$, $a(17) \leq 204330233$, $a(18) \leq ?$,
 $a(19) \leq 11232045257$

A287648 — 1, 0, 0, 4, 5, 6, 27, 120, 333, $a(10) \geq 866$, $a(11) \geq 4828$,
 $a(12) \geq 30192$, $a(13) \geq 131106$, $a(14) \geq 380718$, $a(15) \geq 389318$, $a(16) \geq 32172800$,
 $a(17) \geq 204995269$, $a(18) \geq 280308432$, $a(19) \geq 11254190082$, $a(20) \geq 90010806304$,
 $a(21) \geq 51162162017$, $a(22) \geq 3227747329246$

$a(1)$ - $a(8)$ — полный перебор всех ДЛК

$a(9)$ — перебор всех канонических форм главных классов ДЛК с использованием X-образных диагональных заполнений и ESODLS схем

$$0 \leq X_{\min}^{LS}(N) \leq X_{\min}^{DLS}(N) \leq X_{\max}^{DLS}(N) \leq X_{\max}^{LS}(N)$$

$a(x) \leq X$ — ограничение установлено нами

$a(y) \leq Y$ — ограничения установлены другими исследователями или неизвестно

Можно ли усилить известные на данный момент ограничения?



Подтверждающие списки (пример)

```
n=9, a(9)=333
Announcement 1: https://vk.com/wall162891802_1368, Eduard I. Vatutin, Natalia N. Nikitina, Maxim O. Manzuk, Sep 26 2020 (a(9)>=333)
Announcement 2: https://vk.com/wall162891802_1485, Eduard I. Vatutin, Natalia N. Nikitina, Maxim O. Manzuk, Dec 07 2020 (a(9)=333)
Way of finding: brute force using X-based fillings
0 1 2 3 4 5 6 7 8
7 8 4 0 6 1 2 3 5
4 3 1 2 8 7 5 6 0
1 6 7 5 3 4 0 8 2
5 4 0 8 7 2 3 1 6
8 2 3 1 0 6 7 5 4
3 5 6 7 2 8 4 0 1
6 0 8 4 5 3 1 2 7
2 7 5 6 1 0 8 4 3

n=10, a(10)>=866
Article: J. W. Brown et al., Completion of the spectrum of orthogonal diagonal Latin squares, Lecture notes in pure and applied mathematics, volume 139 (1992), pp. 43-49.
Way of finding: ?
0 8 5 1 7 3 4 6 9 2
5 1 7 2 9 8 0 3 4 6
1 7 2 9 5 6 8 0 3 4
9 6 4 3 0 2 7 1 5 8
3 0 8 6 4 1 5 9 2 7
4 3 0 8 6 5 9 2 7 1
7 2 9 5 1 4 6 8 0 3
6 4 3 0 8 9 2 7 1 5
2 9 6 4 3 7 1 5 8 0
8 5 1 7 2 0 3 4 6 9

n=11, a(11)>=4828
Announcement: https://boinc.tbrada.eu/forum_thread.php?id=3104&postid=4149, Tomas Brada, Jul 09 2020
Way of finding: ?
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 2 3 5 6 9 7 10 0 4 8
7 10 8 0 3 1 5 9 6 2 4
3 5 9 4 10 6 8 0 2 7 1
4 6 7 10 1 8 2 3 9 0 5
5 9 4 6 8 7 0 1 3 10 2
10 8 0 1 5 2 9 4 7 3 6
6 7 10 8 2 0 3 5 4 1 9
8 0 1 2 9 3 4 6 10 5 7
2 3 5 9 7 4 10 8 1 6 0
9 4 6 7 0 10 1 2 5 8 3

n=12, a(12)>=30192
Announcement: https://vk.com/wall162891802_1732, Eduard I. Vatutin, Aug 18 2021
Way of finding: diagonalizing of known Brown square
...

n=13, a(13)>=131106
Announcement: https://boinc.tbrada.eu/forum_thread.php?id=3104&postid=4133, Tomas Brada, Jul 03 2020
Way of finding: ? (cyclic square)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 0 1
4 5 6 7 8 9 10 11 12 0 1 2 3
6 7 8 9 10 11 12 0 1 2 3 4 5
8 9 10 11 12 0 1 2 3 4 5 6 7
10 11 12 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
12 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 0
3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 0 1 2
5 6 7 8 9 10 11 12 0 1 2 3 4
7 8 9 10 11 12 0 1 2 3 4 5 6
9 10 11 12 0 1 2 3 4 5 6 7 8
11 12 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

http://evatutin.narod.ru/A287648_proving_list.txt



A 10x10 grid with the following values:

		1							4
		4							1

[illegible]



Интеркаляты, циклы, латинские подпрямоугольники

[A307163](#) — Минимальное число интеркалятов в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 14$)

[A307164](#) — Максимальное число интеркалятов в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 10$)

[A307166](#) — Минимальное число циклов в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)

[A307167](#) — Максимальное число циклов в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)

[A307170](#) — Минимальное число частичных циклов в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)

[A307171](#) — Максимальное число частичных циклов в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)

[A307839](#) — Минимальное число латинских подпрямоугольников в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)

[A307840](#) — Максимальное число латинских подпрямоугольников в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)

[A307841](#) — Минимальное число нетривиальных латинских подпрямоугольников в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)

[A307842](#) — Максимальное число нетривиальных латинских подпрямоугольников в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 8$)



Циклические и пандиагональные ЛК/ДЛК

0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5	6

d=0

0	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	0
2	3	4	5	6	0	1
3	4	5	6	0	1	2
4	5	6	0	1	2	3
5	6	0	1	2	3	4
6	0	1	2	3	4	5

d=1

0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	0	1
4	5	6	0	1	2	3
6	0	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6	0
3	4	5	6	0	1	2
5	6	0	1	2	3	4

d=2

0	1	2	3	4	5	6
3	4	5	6	0	1	2
6	0	1	2	3	4	5
2	3	4	5	6	0	1
5	6	0	1	2	3	4
1	2	3	4	5	6	0
4	5	6	0	1	2	3

d=3

0	1	2	3	4	5	6
4	5	6	0	1	2	3
1	2	3	4	5	6	0
5	6	0	1	2	3	4
2	3	4	5	6	0	1
6	0	1	2	3	4	5
3	4	5	6	0	1	2

d=4

0	1	2	3	4	5	6
5	6	0	1	2	3	4
3	4	5	6	0	1	2
1	2	3	4	5	6	0
6	0	1	2	3	4	5
4	5	6	0	1	2	3
2	3	4	5	6	0	1

d=5

0	1	2	3	4	5	6
6	0	1	2	3	4	5
5	6	0	1	2	3	4
4	5	6	0	1	2	3
3	4	5	6	0	1	2
2	3	4	5	6	0	1
1	2	3	4	5	6	0

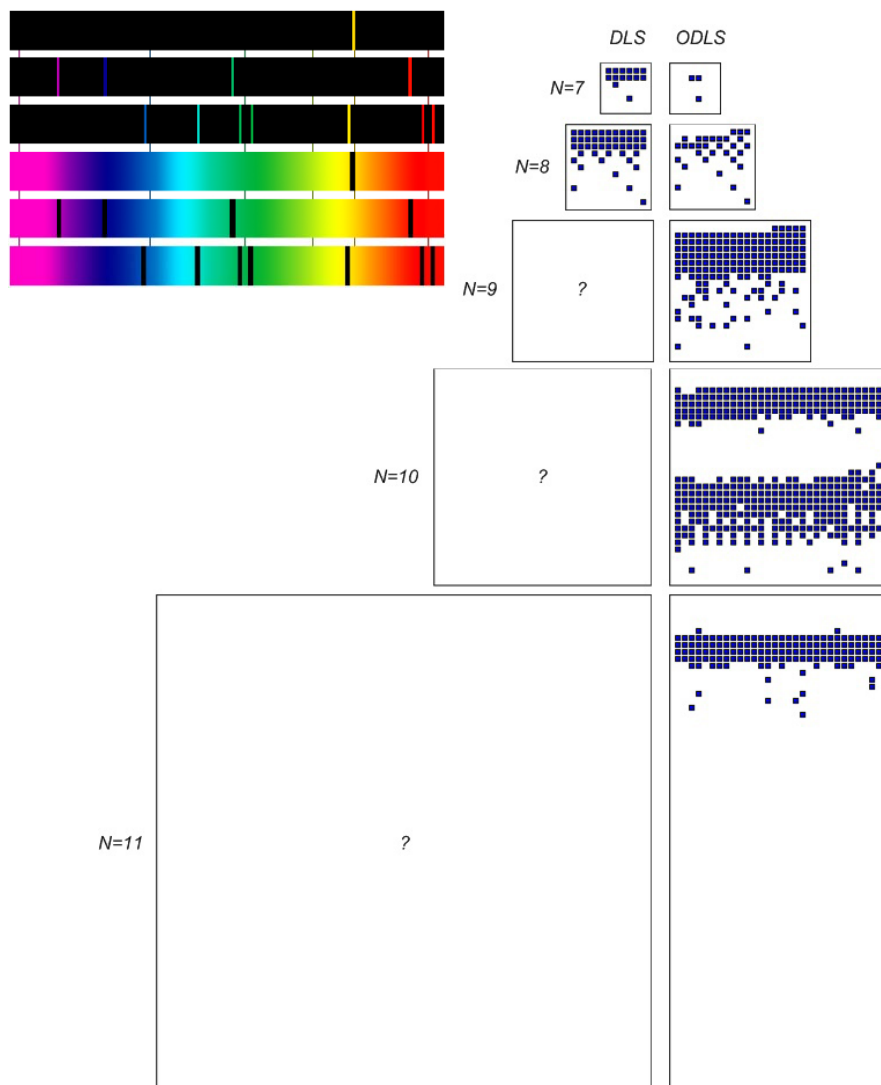
d=6

- 4 циклических ДЛК, 6 циклических ЛК для N=7



Спектры числовых характеристик ДЛК

Спектр числовой характеристики — множество образуемых ей числовых значений и соответствующих им квадратов



Спектры числа диагональных трансверселей в ДЛК:

- N=1 — {1}
- N=2 — {}
- N=3 — {}
- N=4 — {4}
- N=5 — {5}
- N=6 — {}
- N=7 — {8, 9, 27}
- N=8 — {8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 36, 38, 40, 42, 44, 48, 52, 56, 64, 72, 88, 96, 120}



Числовые ряды, связанные с мощностью спектров

[A344105](#) — Трансверсали в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 9$)

[A345370](#) — Диагональные трансверсали в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 9$)

[A345760](#) — Интеркаляты в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 9$)

[A345761](#) — Число ОДЛК в диагональных латинских квадратах порядка N ($N < 10$)

A344105	a(n) is the number of distinct numbers of transversals of order n diagonal Latin squares.	2
	1, 0, 0, 1, 2, 1, 32, 73 (list ; graph ; refs ; listen ; history ; text ; internal format)	
OFFSET	1,5	
COMMENTS	a(n) <= A287644 (n) - A287645 (n) + 1. a(n) <= A287764 (n). Diagonal Latin squares are a special case of Latin squares, so a(n) <= A309344 (n).	
LINKS	Table of n, a(n) for n=1..8 . Eduard I. Vatutin, About the spectra of numerical characteristics of diagonal Latin squares of orders 1-7 (in Russian). Eduard I. Vatutin, About the spectra of numerical characteristics of diagonal Latin squares of order 8 (in Russian). Index entries for sequences related to Latin squares and rectangles .	
EXAMPLE	For n=7 the number of transversals that a diagonal Latin square of order 7 may have is 7, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 37, 41, 43, 45, 47, 55, or 133. Since there are 32 distinct values, a(7)=32.	
CROSSREFS	Cf. A287644 , A287645 , A287764 , A309344 , A345370 , A345760 , A345761 . Sequence in context: A054235 A016547 A081541 * A323751 A113465 A113456 Adjacent sequences: A344102 A344103 A344104 * A344106 A344107 A344108	
KEYWORD	nonn,more,hard	
AUTHOR	Eduard I. Vatutin , Jun 22 2021	
EXTENSIONS	a(8) added by Eduard I. Vatutin , Jul 14 2021	
STATUS	approved	

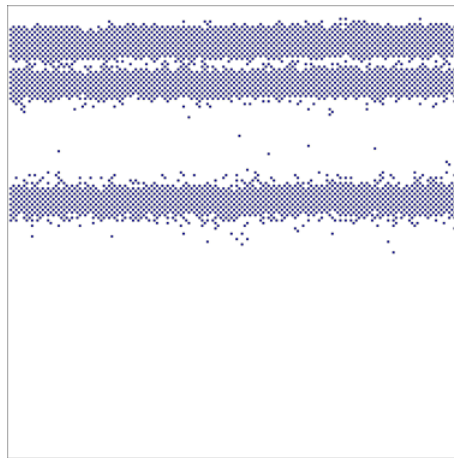
[Lookup](#) | [Welcome](#) | [Wiki](#) | [Register](#) | [Music](#) | [Plot 2](#) | [Demos](#) | [Index](#) | [Browse](#) | [More](#) | [WebCam](#)
[Contribute new seq. or comment](#) | [Format](#) | [Style Sheet](#) | [Transforms](#) | [Superseeker](#) | [Recent](#)
[The OEIS Community](#) | Maintained by [The OEIS Foundation Inc.](#)

[License Agreements](#), [Terms of Use](#), [Privacy Policy](#).

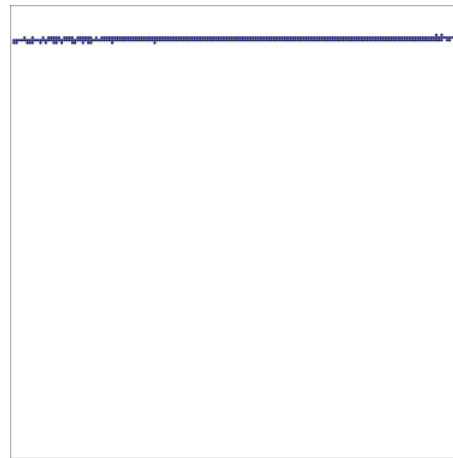
Last modified September 13 14:20 EDT 2021. Contains 347371 sequences. (Running on oeis4.)



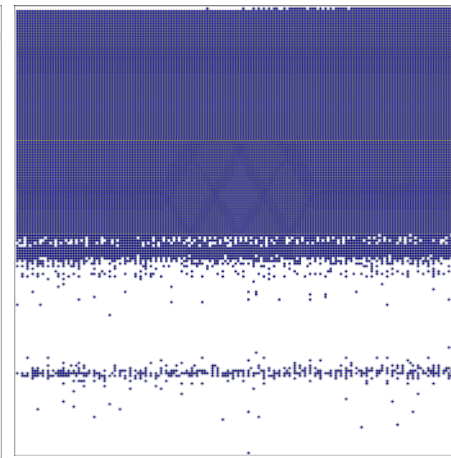
Построение спектра диагональных трансверселей в ДЛК порядка 12



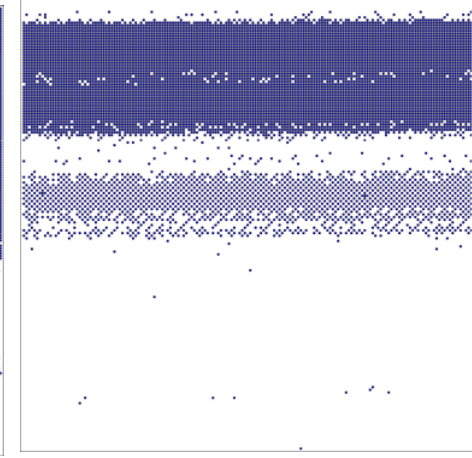
Случайные ДЛК Брауна



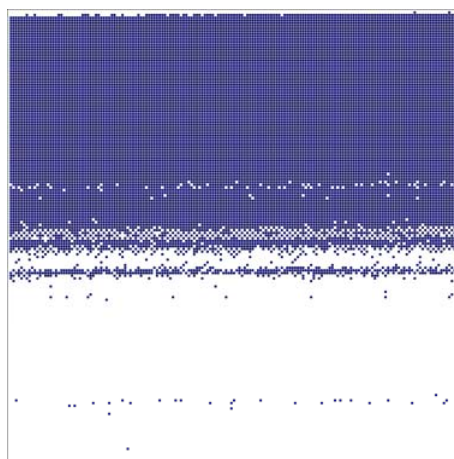
Случайные ДЛК



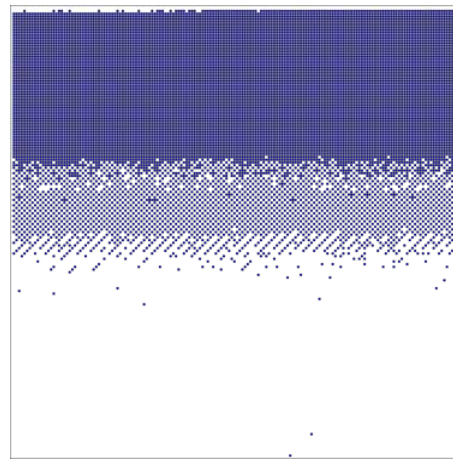
ДЛК (17497 элементов)



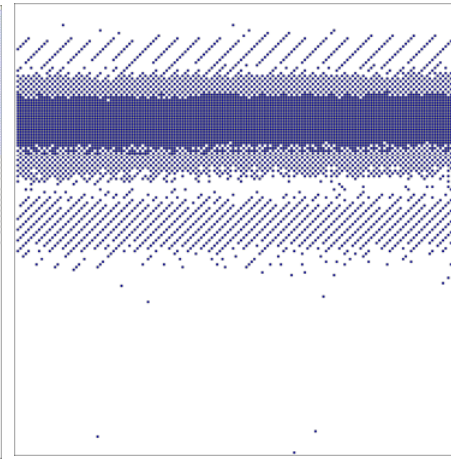
ОДЛК (8763 элементов)



Случайные ДЛК Брауна +
окрестности



Окрестность дважды
Брауна, вращение 1 цикла



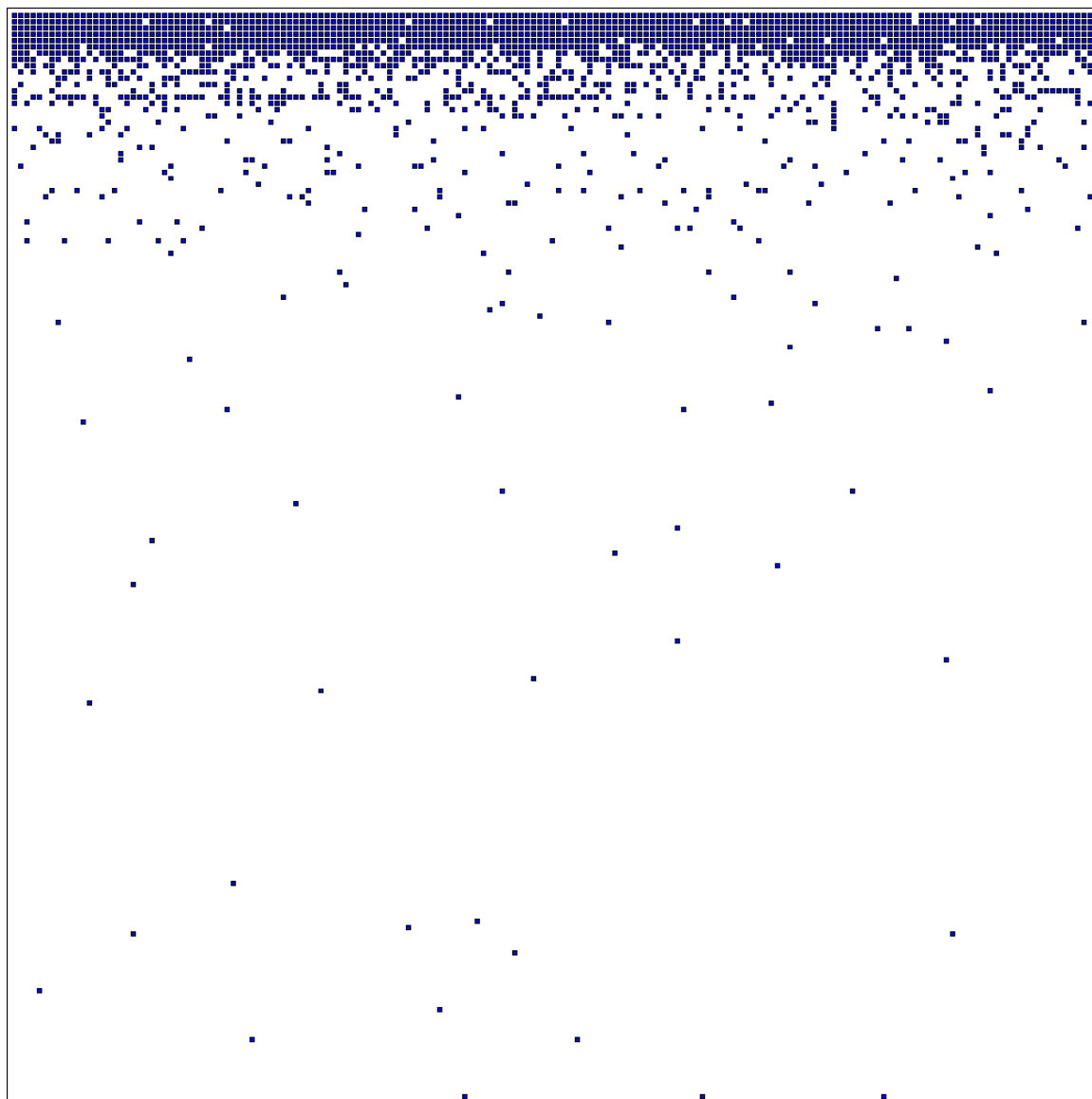
Окрестность дважды
Брауна, вращение 1
интеркалята



Центрально симметричные
ОДЛК

- для некоторых спектров все значения в их составе кратны 2 или 4 (почему?)

Построение спектра числа ОДЛК порядка 12



```
~spectrum_odls_n12_1990_known_items.txt — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
178353  0123456789AB123450B6789A46B19832A05763790A1B2485846B192A01
181338  0123456789AB120453867B9A3490165AB27849B16835A0279846B1A057
181813  0123456789AB120453867B9A386A27491508687BA92104358015947267
182044  0123456789AB120453867B9A23750A1B66489904631A857B28498165A37
183967  0123456789AB120458367B9A3B1594726A087589B1A02364A9B7638547
184918  0123456789AB120453867B9A3490165AB278A537208948612845B1A067
190134  0123456789AB120453867B9A23A5074B618998768A1054323490165AB7
191757  0123456789AB123450B6789A904631A857B2A987680543212875BA1067
193104  0123456789AB120453867B9AA9B7683540212346BA105789BA98765437
195312  0123456789AB120453867B9A2B36147A5809461832980A575A98708437
195652  0123456789AB120458367B9A371590B26A48687BA2910435906A374817
210967  0123456789AB120453867B9A234501AB678998768A105432BA98765437
254034  0123456789AB120453867B9A2315047B6A89A9B7683540215842B1A097
323541  0123456789AB120453867B9A34612B09A578BA9876543210634BA29107
348940  0123456789AB120453867B9A201534786AB939B761A540284BA6829357
361191  0123456789AB120453867B9A3490765AB21849316085A8272875B41067
577592  0123456789AB120453867B9A39B768A54021BA48265937104530129AB7
636201  0123456789AB120453867B9A39B761A54028BA98765432104530129AB7
665344  0123456789AB120453867B9A39B761A54028BA48265937104530129AB7
669293  0123456789AB120453867B9A3490165AB27849316085A8272815B47067
713258  0123456789AB120453867B9AA9B768354021234501AB6789BA98765437
715803  0123456789AB120453867B9A2315047B6A89768A9B02135498768A1057
746272  0123456789AB120453867B9A39B761A54028BA98708432169B36174A51
754696  0123456789AB120453867B9A3490165AB27845312089A8672875BA1067
796341  0123456789AB120453867B9A2BA537486109537B129A04869016847357
815276  0123456789AB120453867B9A39B761A540285391708A28645A08293B7
827336  0123456789AB120453867B9A37519B02A648537B129A04862016847357
849757  0123456789AB120453867B9A37519B02A648537B129A04862015847367
903288  0123456789AB120453867B9A2035147A68B996A8874301526A789B0237
932732  0123456789AB120453867B9A234501AB67898768A921054376BA983217
1203624  0123456789AB120453867B9A2315047B6A898A6B7924051376BA983217
1209490  0123456789AB120453867B9A201534786AB939B761A540284BA682937
1215780  0123456789AB120453867B9A2315047B6A898A9B7654021376BA980217
1710395  0123456789AB120453867B9A2315047B6A898A6B79240513A68798327
2718106  0123456789AB120453867B9A345120B9A678684BA9210735876A980217
2720132  0123456789AB120453867B9A345120B9A6789BA6874351027698BA107
2811942  0123456789AB120453867B9A345120B9A678687B192A043576A980217
2815414  0123456789AB120453867B9A39B768A54021BA98765432104530129AB7
2829194  0123456789AB120453867B9A9BA6874351022015347A68B9687A980217
2837964  0123456789AB120453867B9A345120B9A6784A9876583210A98068357
2874987  0123456789AB120453867B9A34A620B95178A9B7683540218715980217
2895042  0123456789AB120453867B9A345120B9A678687BA9210435876A980217
3071374  0123456789AB120453867B9AA9B768354021201534786AB9376A980217
3071828  0123456789AB120453867B9A9BA6874351022015347B6A89BA9876547
3182917  0123456789AB120453867B9A39B768A54021BA91765432804B36829A7
3277780  0123456789AB120453867B9A39B768A54021BA98265437104530129AB7
3556483  0123456789AB120453867B9A3B512749A608806A947215B3BA9876547
3987049  0123456789AB120453867B9A2035147A68B98769BA1025437BA689237
4167043  0123456789AB120458367B9A2BA537486109875901AB2643901684737
4584527  0123456789AB120453867B9A34A620B95178A9B768354021876A980217
4901623  0123456789AB120453867B9A345120B9A678876A98021543B59871A47
357535322  0123456789AB120453867B9AA9B768354021201534786AB9BA98767
1764493860  0123456789AB123450B6789A501234789AB6876BA921054376BA91
```



Спасибо за внимание!

Выражаю благодарность всем добровольцам,
принимающим участие в проекте добровольных
распределенных вычислений Gerasim@home!

WWW: <http://evatutin.narod.ru>, <http://gerasim.boinc.ru>

E-mail: evatutin@rambler.ru

LJ: <http://evatutin.livejournal.com>

Skype: evatutin

