

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

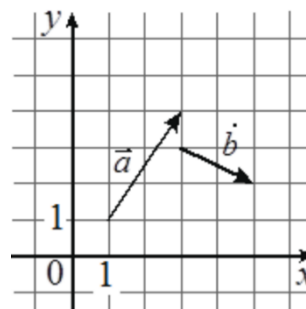
Высота, опущенная из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на отрезки равные 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.



Ответ: _____.

2

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 3\vec{b}$.

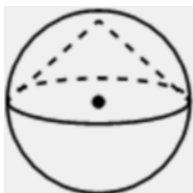


Ответ: _____.





- 3 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен $10\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.



Ответ: _____.

- 4 В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 27 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 5 В городе 46% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 7,7% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 8^x.$$

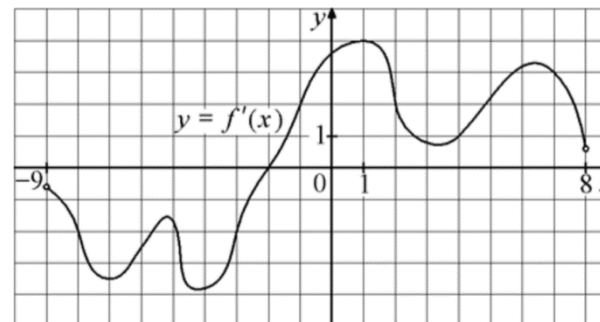
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$7\sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{8} \cdot \cos \frac{15\pi}{8}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-3; 3]$.



Ответ: _____.

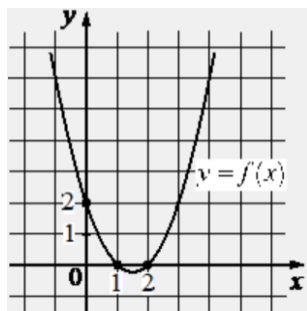
- 9 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения P (в ваттах) нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ – постоянная, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $4,104 \cdot 10^{27} \text{ Вт}$. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

- 10 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-3)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции

$$y = -\frac{x}{x^2 + 225}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\cos^2(\pi - x) - \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

- 14 Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Диагонали боковых граней AA_1B_1B и BB_1C_1C равны 15 и 9 соответственно, $AB = 13$.

- а) Докажите, что треугольник BA_1C_1 прямоугольный.
б) Найдите объём пирамиды AA_1C_1B .

- 15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

- 16 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 15 млн рублей.

- 17 В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота $АН$. Из точки $Н$ на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

- а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.
б) Найдите MK , если $AB = 13$, $AC = 24$.



18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x\sqrt{x-a} = \sqrt{6x^2 - (6a+3)x + 3a}$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19

Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

- а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1105$?
б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1106$?
в) Какое наименьшее значение может принимать выражение, если оно больше 1503?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	10	
2	8	
3	20	
4	0,97	
5	0,05	
6	1,5	
7	-3,5	
8	-2	
9	6000	
10	15	
11	20	
12	-15	
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{5\pi}{2}; 3\pi; \frac{7\pi}{2}$	
14	$20\sqrt{14}$	
15	$(-\infty; 1] \cup (\log_3 6; 2)$	
16	7 млн	
17	$\frac{600}{169}$	
18	$(-\infty; 0) \cup [3 - \sqrt{6}; 1]$	
19	а) да б) нет в) 1507	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$\cos^2(\pi - x) - \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

$$\alpha) \cos^2 x + \cos x = 0$$

$$\cos x \cdot (\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

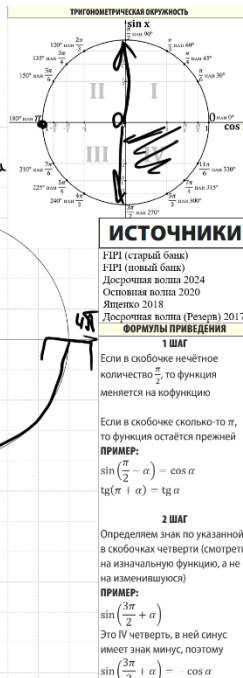
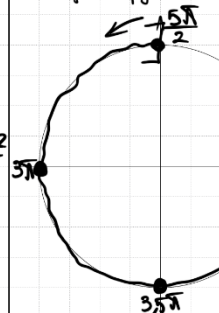
$$\cos x = -1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{5\pi}{2}, 3\pi, \frac{7\pi}{2}$

б) Отберём корни с помощью окружности



14

Основанием прямой треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Диагонали боковых граней $AA_1 B_1 B$ и $BB_1 C_1 C$ равны 15 и 9 соответственно, $AB = 13$.

а) Докажите, что треугольник $BA_1 C_1$ прямоугольный.б) Найдите объём пирамиды $AA_1 C_1 B$.

$$\alpha) \triangle AA_1 B:$$

$$AA_1 = \sqrt{15^2 - 13^2} = \sqrt{56} = BB_1$$

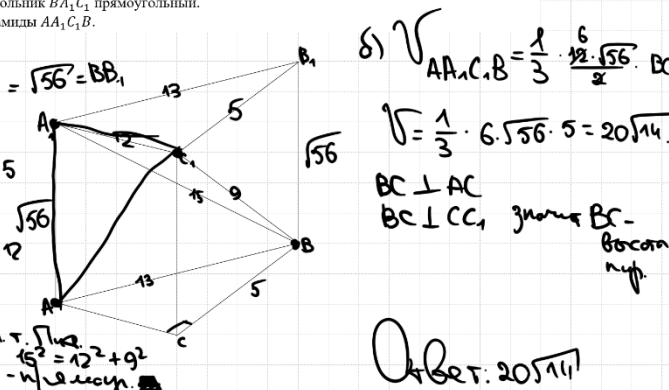
$$\triangle B_1 A_1 C_1:$$

$$B_1 C_1 = \sqrt{81 - 56} = 5$$

$$\triangle A_1 B_1 C_1:$$

$$A_1 C_1 = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

Заметим, что в $\triangle BA_1 C_1$ выполняется $15^2 = 12^2 + 9^2$, значит $\triangle BA_1 C_1$ — прямоугольный.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

$$\frac{9^x - 3^x \cdot 3 - 19}{3^x - 6} + \frac{9^x \cdot 9 - 3^x \cdot 81 + 2}{3^x - 9} - \frac{10 \cdot 3^x}{1} - \frac{3}{1} \leq 0$$

Пусть $3^x = t$

$$\frac{t^2 - 3t - 19}{t - 6} + \frac{9t^2 - 81t + 2}{t - 9} - \frac{10t}{1} - \frac{3}{1} \leq 0$$

$$\frac{t^3 - 9t^2 - 3t^2 + 27t - 19t + 171 + 9t^3 - 54t^2 - 81t^2 + 486t + 2t - 12 - 10t^3 - 15t^2 - 3t}{(t-6)(t-9)} \leq 0$$

$$\frac{t-3}{(t-6)(t-9)} \leq 0$$

$$\frac{t-3}{(t-6)(t-9)} \leq 0$$

$$\begin{cases} t \leq 3 \\ 6 < t < 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3^x &\leq 3^1 \\ x &\leq 1 \\ \log_3 6 &< x < 2 \end{aligned}$$

Ответ: $(-\infty; 1] \cup (\log_3 6; 2)$

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Основная волна 2016
Пробный ЕГЭ 29.02.2020
Основная волна (Резерв) 2021
Досрочная волна 2023

СТЕПЕНИ

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$
- $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

$x^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФИЧЕСКОЕ

$\log_a b = b^{\log_a b}$

16 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно погашается на 2 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 15 млн рублей.

Пусть S - сумма вклада
январь 21 - месяц откр. вкл.
декабрь - месяц погаш. %
январь - месяц погаш. вклада

$$\frac{11^4}{10^4} \cdot S < \frac{15}{1} - \frac{2 \cdot 11^2}{10^2} - \frac{2 \cdot 11^4}{10^4}$$

$$\frac{11^4}{10^4} \cdot S < \frac{1500 - 242 - 220}{10^2}$$

Дата Сумма вклада

21.1.21 S
21.12.21 $1,1 \cdot S$
22.12.21 $1,1^2 \cdot S$
23.12.21 $1,1^2 \cdot S + 2$
24.12.21 $1,1^3 \cdot S + 2 \cdot 1,1$
25.12.21 $1,1^3 \cdot S + 2 \cdot 1,1 + 2$
26.12.21 $1,1^4 \cdot S + 2 \cdot 1,1^2 + 2 \cdot 1,1 < 15$

$$\frac{14641}{10^4} \cdot S < \frac{1038}{10^2}$$

$$S < \frac{1038 \cdot 10^4}{10^2 \cdot 14641}$$

$$S < \frac{103800}{14641}$$

$$S < 7 \frac{1313}{14641}$$

$$S_{\text{наиб. цел.}} = 7 \text{ млн}$$

Ответ: 7 млн.

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Япония 2018
Досрочная волна 2016

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

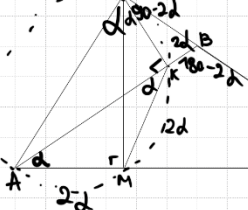
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



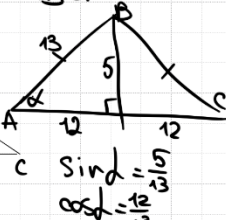
17 В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

- а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.
б) Найдите MK , если $AB = 13$, $AC = 24$.

а) 1) $\angle AKH = 90^\circ$
 $\angle AMH = 90^\circ$ Эти углы равны и опр. по окруж. AH .
Опишем окр-ть AKM с диаметром AH



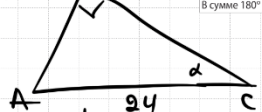
б) Катет AM
1) $\triangle ABC$:



$$\sin \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

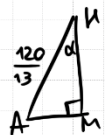
2) $\triangle ACH$:



$$\sin \alpha = \frac{AH}{AC} \quad \frac{5}{13} = \frac{AH}{24}$$

$$AH = \frac{5 \cdot 24}{13} = \frac{120}{13}$$

3) $\triangle AMH$:



$$\sin \alpha = \frac{AM}{AH}$$

$$\frac{5}{13} = \frac{AM}{\frac{120}{13}}$$

$$AM = \frac{5 \cdot 120}{169} = \frac{600}{169}$$

$$\text{Отв. } \frac{600}{169}$$

ИСТОЧНИКИ
ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.
СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА
 180°
СМЕЖНЫЕ УГЛЫ
В сумме 180°

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x\sqrt{x-a} = \sqrt{6x^2 - (6a+3)x + 3a}$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

По усл. $x \in [0; 1]$, значит
для всех уравнения ≥ 0 , значит
можно возв. в квадрат обе части

$$x^2 \cdot (x-a) = 6x^2 - (6a+3)x + 3a$$

$$x-a \geq 0$$

$$0 \leq x \leq 1$$

$$x^2 \cdot (x-a) = 6x^2 - 6a \cdot x - 3 \cdot x + 3a$$

$$x^2 \cdot (x-a) = 6x \cdot (x-a) - 3 \cdot (x-a)$$

$$x^2 \cdot (x-a) = (x-a) \cdot (6x-3)$$

$$x^2 \cdot (x-a) - (x-a) \cdot (6x-3) = 0$$

$$(x-a) \cdot (x^2 - 6x + 3) = 0$$

$$x=a$$

$$x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$D = 24 = (2\sqrt{6})^2$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$x = 3 + \sqrt{6} \quad x = 3 - \sqrt{6}$$

Вернемся к системе:

$$\begin{cases} x=a \\ x=3+\sqrt{6} \\ x=3-\sqrt{6} \\ x-a \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=a \\ x=3-\sqrt{6} \\ x-a \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$x=a$$

или

a удов.

$$\begin{cases} x-a \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-a \geq 0 \\ 0 \leq a \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \cdot a \geq 0 \\ 0 \leq a \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq a \leq 1 \end{cases}$$

или $0 \leq a \leq 1$ $x=a$ удов. на отрезке

$$x=3-\sqrt{6}$$

или

a удов.

$$x-a \geq 0$$

$$3-\sqrt{6}-a \geq 0$$

$$\text{или } a \leq 3-\sqrt{6}$$

$x=3-\sqrt{6}$ удов. на отрезке

$$x=a$$

совпадает с $x=3-\sqrt{6}$, если

$$a=3-\sqrt{6}$$

1 раз

2 раз

2 раз

критерий совпадает

1 раз

1 раз

0 раз

$$x=3-\sqrt{6}$$

$$x=a$$

$$x=a$$

$$x=3-\sqrt{6}$$

$$x=a$$

$$x=a$$

$$x=3-\sqrt{6}$$

$$x=3-\sqrt{6}$$

$$x=3-\sqrt{6}$$

0

3-√6

1

a

$$a < 0$$

$$a = 0$$

$$0 < a < 3-\sqrt{6}$$

$$a = 3-\sqrt{6}$$

$$3-\sqrt{6} < a < 1$$

$$a = 1$$

$$a > 1$$

Ответ: $(-\infty; 0) \cup [3-\sqrt{6}; 1]$.

ИСТОЧНИКИ

Основная школа (Россия) 2023

Основная школа (Россия) 2017

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



19 Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

- а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1105$?
 б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1106$?
 в) Какое наименьшее значение может принимать выражение, если оно больше 1503?

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2021

а) $1105 = 5 \cdot 221$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 221 \cdot 5 = 1105 \\ \hline A \quad S \end{array}$$

 Ответ: а) ~~да~~ нет, минимально ~~1105~~

б) $1106 \div 2$

$$\begin{array}{r} 553 \overline{) 1106} \\ \underline{79} \\ 79 \\ \hline 0 \end{array}$$

① $A = 158$

$S = 7 \times$

Не может т.к. оба возможных варианта A не дают каждого из S

Ответ: б) нет

② $A = 553$

$S = 2 \times$

в) Может ли быть 1504?

$1504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 47$
 При $A = 47 \cdot 4 = 188$ $S = 8 \times$
 $A = 47 \cdot 2 = 94$ $S = 4 \times$
 $A = 47 \cdot 1 = 47$ $S = 2 \times$

Может ли быть 1505?

$1505 = 5 \cdot 7 \cdot 43$
 $\Rightarrow S$ не может быть числом 43
 При $A = 43 \cdot 5 = 215$ $S = 7 \times$
 $A = 43 \cdot 1 = 43$ $S = 5 \times$

Может ли быть 1506?

$1506 = 2 \cdot 3 \cdot 251$
 $\Rightarrow S$ не может быть числом 251
 При $A = 251$ $S = 6 \times$
 $A = 251 \cdot 2 = 502$ $S = 3 \times$
 $A = 251 \cdot 3 = 753$ $S = 2 \times$
 $\Rightarrow 45 \geq 1504$

Может ли быть 1507?

$1507 = 11 \cdot 137$
 $A = 137$ $S = 11 \checkmark$
 Ответ: в) 1507

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4