

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

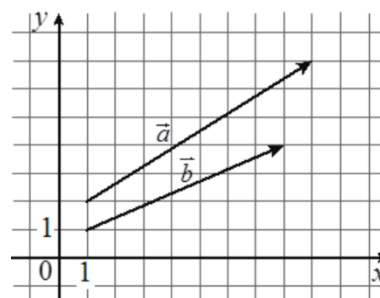
1

Стороны параллелограмма равны 5 и 10. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

Ответ: _____.

2

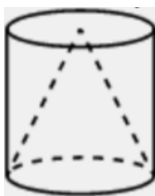
На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.



- 3 Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 57.



Ответ: _____.

- 4 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую и последнюю игры.

Ответ: _____.

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,45. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\frac{1}{3x-1} = 5.$$

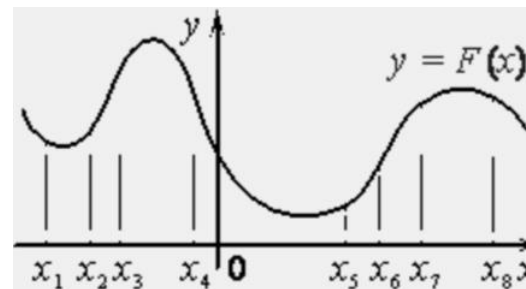
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{2^{3,2} \cdot 6^{6,2}}{12^{5,2}}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____.

- 9 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 115$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,6$ Ом, хотя подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 100 В? Ответ выразите в омах.

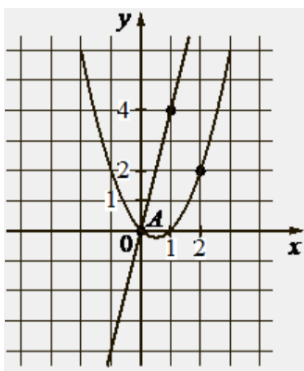
Ответ: _____.

- 10 Первая труба пропускает на 8 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 180 литров она заполняет на 8 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции

$$y = 1 + 27x - 2x\sqrt{x}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0,25.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

- 14 Дана треугольная пирамида $SABC$. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка CH — высоты треугольника ABC .

- а) Докажите, что $AC^2 - BC^2 = AS^2 - BS^2$.

- б) Найдите объём пирамиды $SABC$, если $AB = 25$, $AC = 10$, $BC = 5\sqrt{13}$, $SC = 3\sqrt{10}$.

- 15 Решите неравенство

$$\log_3((x-2)(x^2+9)) \leq 2 + \log_3(x^2+x-6) - \log_3 x.$$

- 16 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 833,8 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2027 году?



17 В окружность вписана трапеция $ABCD$, AD – большее основание, проведена высота BH , вторично пересекающая окружность в точке K .

- а) Докажите, что AC перпендикулярна AK .
б) Найдите AD , если радиус описанной окружности равен 6, $\angle BAC = 30^\circ$, CK пересекает основание AD в точке N . Площадь четырёхугольника $BHNC$ в 35 раз больше, чем площадь треугольника KHN .

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Целое число S является суммой не менее пяти последовательных членов непостоянной арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел.

- а) Может ли S равняться 9?
б) Может ли S равняться 2?
в) Найдите все значения, которые может принимать S .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	1,5	
2	71	
3	171	
4	0,125	
5	0,27	
6	0,4	
7	1,5	
8	3	
9	4	
10	10	
11	5	
12	81	
13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{11\pi}{3}; -\frac{10\pi}{3}; -\frac{8\pi}{3}$	
14	225	
15	$(2; 3]$	
16	100 тыс.	
17	$4\sqrt{6}$	
18	$(-\infty; -18) \cup (-16; 0) \cup (2; +\infty)$	
19	а) да б) нет в) все целые, кроме ± 1 и ± 2	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



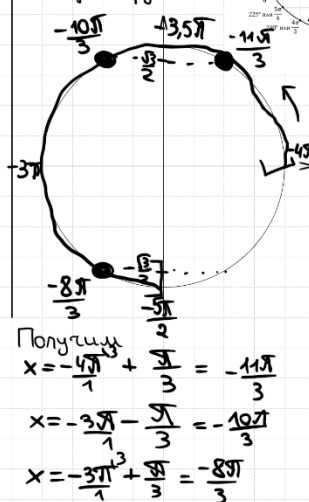
13 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0,25.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$.

а) $1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0,25$
 $0,75 = \sin^2 x$
 $\sin^2 x = \frac{3}{4}$
 $\sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) Отберём корни с помощью окружности



ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2016

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ 2 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ 3 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ 4 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 шаг

Если в скобке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункциюЕсли в скобке сколько-то π , то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

2 шаг

Определяем знак по указанной в скобках четверти (смотреть на исходную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{4\pi}{3}, -\frac{10\pi}{3}, -\frac{8\pi}{3}$

14

Дана треугольная пирамида $SABC$. Основание высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка CH — высоты треугольника ABC .а) Докажите, что $AC^2 - BC^2 = AS^2 - BS^2$.б) Найдите объём пирамиды $SABC$, если $AB = 25$, $AC = 10$, $BC = 5\sqrt{13}$, $SC = 3\sqrt{10}$.а) Пусть h — высота нпр.
 $x = CO = OH$ Треб. док. что $AC^2 + BS^2 = AS^2 + BC^2$

$$\Delta ACK: AC^2 = (2x)^2 + AK^2$$

$$\Delta SBO: BS^2 = h^2 + BO^2$$

$$\Delta SAO: AS^2 = h^2 + AO^2$$

$$\Delta BCK: BC^2 = (2x)^2 + BK^2$$

Треб. док. что $4x^2 + AK^2 + h^2 + BO^2 = h^2 + AO^2 + 4x^2 + BK^2$

$$AK^2 + BO^2 = AO^2 + BK^2$$

$$AK^2 - BK^2 = AO^2 - BO^2$$

$$x^2 - x^2 = AO^2 - BO^2$$

$$0 = AO^2 - BO^2$$

$$AO^2 = BO^2$$

$$AO = BO$$

$$AO^2 = BO^2$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$AO = BO$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot h$$

$$1) \text{ по т. кос. } \Delta ABC:$$

$$\cos A = \frac{10^2 + 25^2 - (5\sqrt{13})^2}{2 \cdot 10 \cdot 25} = \frac{4}{5}$$

$$\sin A = \frac{3}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 25 \cdot \frac{3}{5} = 75 = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 6$$

$$CH = \frac{75 \cdot 2}{25} = 6$$

$$x = 3$$

$$h = \sqrt{90 - 9} = 9$$

$$2) V = \frac{1}{3} \cdot 75 \cdot 9 = 225$$

$$\text{Ответ: } 225.$$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



15 Решите неравенство

$$\log_3((x-2)(x^2+9)) \leq 2 + \log_3(x^2+x-6) - \log_3 x.$$

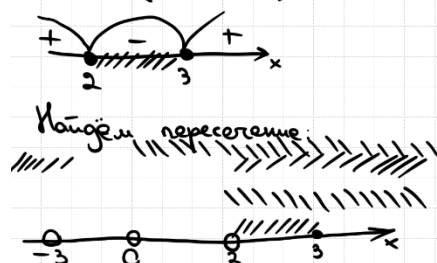
$$\log_3((x-2)(x^2+9)) + \log_3 x \leq \log_3 9 + \log_3(x^2+x-6)$$

$$\begin{aligned} 1) & (x-2)(x^2+9) \cdot x \leq 9 \cdot (x^2+x-6) \\ 2) & (x-2)(x^2+9) > 0 \\ 3) & x^2+x-6 > 0 \\ 4) & x > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) & (x-2)(x^2+9) \cdot x - 9 \cdot (x^2+x-6) \leq 0 \\ & (x-2) \cdot (x^3+9x-9x-27) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & x-2 > 0 \\ & x > 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) & x^3+9x-27 \leq 0 \\ 4) & x > 0 \end{aligned}$$



Ответ: $(-3; 2) \cup (2; 3)$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2019
РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ
$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$
СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ
1 $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
2 $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
3 $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4 $\log_a b = \frac{1}{n} \cdot \log_a(b^n)$
5 $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$
6 $\log_a b = \log_{a^{-1}} b$

16

В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платеж в 2029 году составит 833,8 тыс. рублей. Сколько рублей составит платеж в 2027 году?

Платеж июль-июль
x - платеж в 2027, 2028

$$\begin{aligned} \frac{11^2 x}{10^2} + \frac{11^2 x}{10} &= \frac{800 \cdot 11^2}{10} - \frac{8338}{10} \\ \frac{231 \cdot x}{10^2} &= \frac{10648 - 8338}{10} \end{aligned}$$

Дата	Сумма долга
1 26	800 тыс.
2 27	800 · 1,1
3 28	800 · 1,1 ² - x · 1,1
4 29	800 · 1,1 ³ - x · 1,1 ² - x · 1,1 - 833,8

Ответ: 100 тыс.

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Основная волна 2022

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

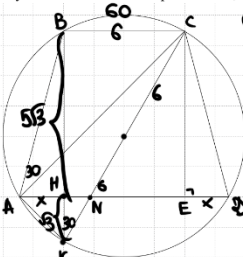
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



- 17 В окружность вписана трапеция $ABCD$, AD — большее основание, проведена высота BH , вторично пересекающая окружность в точке K .
- а) Докажите, что AC перпендикулярна AK .
 б) Найдите AD , если радиус описанной окружности равен 6, $\angle BAC = 30^\circ$, CK пересекает основание AD в точке N . Площадь четырёхугольника $BHNC$ в 35 раз больше, чем площадь треугольника KHN .

а) ① $ABCD$ — р/б. трап.
(т.к. она вписана в окружность)

② $\angle CBK = 90^\circ$
 тогда $\angle CK = 180^\circ$
 CK — диаметр
 $\angle CAK$ — впис. и опр. на диаметр
 $\angle CAK = 90^\circ$
 $AC \perp AK$



б) ① Пусть $AK = x$
 CE — высота трап.
 $DE = x = AK$
 $BC = 2$, $\angle BAC = 30^\circ$
 $\angle BKC = 30^\circ$

② $\triangle BCK$:
 $BC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$
 $BK = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$

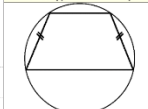
③ $\frac{S_{BCK}}{S_{KHN}} = 36 = k^2$, где k — коэффициент подобия
 $\triangle BCK \sim \triangle KHN$ по двум углам
 $\frac{BK}{KN} = 6$
 $\frac{6\sqrt{3}}{KN} = 6$
 $KN = \sqrt{3}$
 $BK = 5\sqrt{3}$

④ AD и BK — пересек. хорды
 $AK \cdot DN = BK \cdot KN$
 $x \cdot (6 + x) = 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$
 $6x + x^2 = 15$
 $x^2 + 6x - 15 = 0$
 $D = 96$
 $x = 2\sqrt{6} - 3$
 $AD = 6 + 2x = 6 + 4\sqrt{6} - 6 = 4\sqrt{6}$
 Ответ: $4\sqrt{6}$

ИСТОЧНИКИ

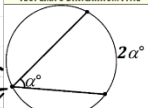
Основная волна 2021

РАВНОБЕДРЕННАЯ ТРАПЕЦИЯ



Если трапеция вписана в окружность, то она — равнобедренная

ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ



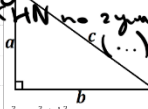
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

СВОЙСТВО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Катет, лежащий напротив угла 30° , равен половине гипотенузы

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



$$c^2 = a^2 + b^2$$

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



По двум углам

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ



Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

Схолиона треугольника — k^2

СВОЙСТВО ХОРД



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

ИСТОЧНИКИ

Основания июля 2024

$$\begin{cases} y = 4x + a \\ |y| = \frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4x + a \\ \frac{1}{2}x^2 - 2x \geq 0 \end{cases} \quad \text{н.р.} \quad \begin{cases} x_0 = \frac{a}{4} = 2 \\ y_0 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x \geq 0 \\ x \cdot (x - 4) \geq 0 \end{cases}$$

Найдём координаты пересечения парабол:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x \quad \text{и} \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$$

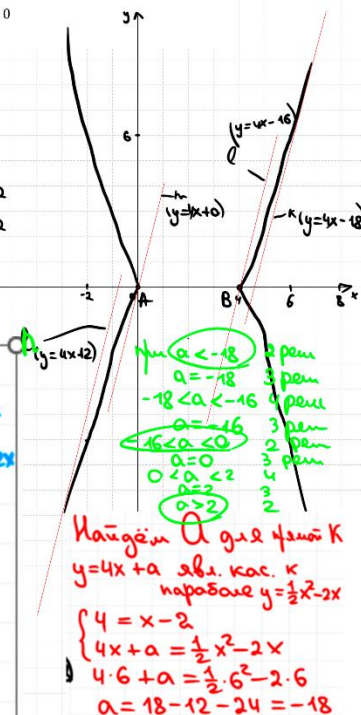
$$\frac{1}{2}x^2 - 2x = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 4$$

$$y_A = 0 \quad y_B = 0$$



Найдём A для кас. к $y = 4x + a$ кас. к параболу $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

$$\begin{cases} y = 4x + a \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases}$$

$$0 = 4 \cdot 4 + a$$

$$a = -16$$

Найдём A для кас. к $y = 4x + a$ кас. к параболу $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

$$\begin{cases} y = 4x + a \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases}$$

$$0 = 4 \cdot 0 + a$$

$$a = 0$$

Найдём A для кас. к $y = 4x + a$ кас. к параболу $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

$$\begin{cases} y = 4x + a \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases}$$

$$4 \cdot (-2) + a = -\frac{1}{2} \cdot 4 - 4$$

$$a = -2 - 4 + 8 = 2$$

Ответ: $(-\infty; -18) \cup (-16; 0) \cup (2; +\infty)$

Содержание критерия

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



- 19) Целое число S является суммой не менее пяти последовательных членов непостоянной арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел.
- а) Может ли S равняться 9?
 б) Может ли S равняться 2?
 в) Найдите все значения, которые может принимать S .

ИСТОЧНИКИ
 Досрочная волна (Резерв) 2014

а) Если $n=5$, то
 $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 9$
 $5a_1 + 10d = 9 \quad | :5$
 $a_1 + 2d = 1,8$
 нет реш.

Если $n=6$, то
 $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 9$
 $6a_1 + 15d = 9 \quad | :3$
 $2a_1 + 5d = 3$
 При $a_1 = -1$ $-1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \checkmark$
 Ответ: а) да.

б) $S=2$
 $\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 2 \quad | :2$
 $(a_1 + a_n) \cdot n = 4$
 Учитывая, что $n \geq 5$
 Получаем, что $a_1 + a_n$ будет дробным, что противоречит условию.
 Ответ: б) нет.

Целое число S является суммой не менее пяти последовательных членов непостоянной арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел.

в) 1) $\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = S \quad | :2$
 $(a_1 + a_n) \cdot n = 2S$

2) Может ли $S=0$?
 Рекуррентная прогрессия: $-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 0$
 Может ли $S=1$?
 $(a_1 + a_n) \cdot n = 2$
 Учитывая, что $n \geq 5$
 Получаем, что $(a_1 + a_n) \notin \mathbb{Z}$, что противоречит условию.
 $\Rightarrow S \neq 1$

3) Может ли $S=2$?
 $(a_1 + a_n) \cdot n = 4$
 Учитывая, что $n \geq 5$
 Получаем, что $(a_1 + a_n) \notin \mathbb{Z}$, что противоречит условию.
 $\Rightarrow S \neq 2$

4) Может ли $S=3$?
 $(a_1 + a_n) \cdot n = 6$
 $n=6$
 $a_1 + a_6 = 1$
 $-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \checkmark$

5) Для отрицательных значений S (кроме $S=-1$ и $S=-2$)
 $\begin{cases} n=2S \\ d=1 \\ a_1 + a_n = 1 \end{cases}$
 Может ли $S=3$?
 $(a_1 + a_n) \cdot n = -6$
 $n=6$
 $a_1 + a_6 = -1$
 $-3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2$

6) Для отрицательных значений S (кроме $S=-1$ и $S=-2$)
 $\begin{cases} n=2S \\ d=1 \\ (a_1 + a_n) = -1 \end{cases}$
 Ответ: в) все значения S , кроме ± 1 и ± 2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4