

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

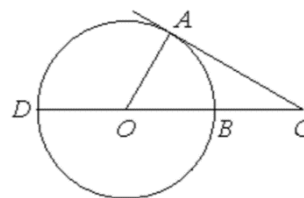
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

Угол ACO равен 28° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Сторона CO пересекает окружность в точках B и D (см. рис.). Найдите градусную меру дуги AD окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

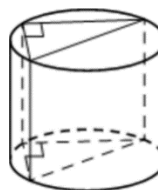
2

Даны векторы $\vec{a} (41; 0)$ и $\vec{b} (1; -1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 20\vec{b}$.

Ответ: _____.

3

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 10 и 9. Боковые рёбра призмы равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: _____.





- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится на 5, но не делится на 30.

Ответ: _____.

- 5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ: _____.

- 6 Решите уравнение

$$\sqrt{40 + 3x} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

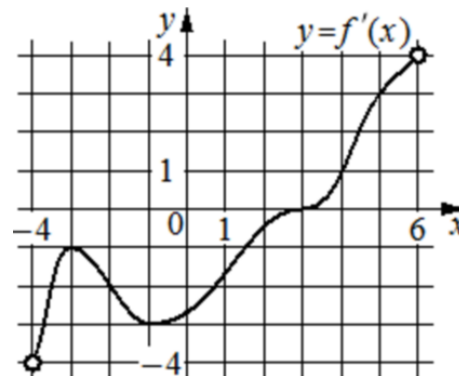
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{\log_8 14}{\log_{64} 14}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 6)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 9 Наблюдатель находится на высоте h (в км). Расстояние l (в км) от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 96 км? Ответ дайте в км.

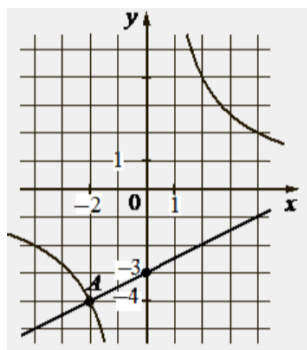
Ответ: _____.

- 10 Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(8x) - 8x + 7$ на отрезке $\left[\frac{1}{16}, \frac{5}{16}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $2 \sin 2x + 2 \sin(-x) - 2 \cos(-x) + 1 = 0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}, 4\pi\right]$.
- 14 Различные точки A , B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60° .
а) Докажите, что $\cos \angle ASC + \cos \angle BSC = 1,5$.
б) Найдите объём тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$, $\cos \angle ASC = \frac{2}{3}$.
- 15 Решите неравенство $(\log_{0,2}^2(x+2) - \log_5(x^2 + 4x + 4) + 1) \cdot \log_5(x+1) \leq 0$.
- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:
– в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
– в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 11% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 650 тысяч рублей?



17 Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.

б) Найдите BC , если $AH = 8\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 9 + 2ax - a^2 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

19 Имеются каменные глыбы: 50 штук по 700 кг, 60 штук по 1000 кг и 80 штук по 1500 кг (раскалывать глыбы нельзя).

а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 65 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 43 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъемностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	118	
2	29	
3	90,5	
4	0,25	
5	0,0064	
6	8	
7	2	
8	5	
9	0,72	
10	7	
11	8	
12	6	
13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{17\pi}{6}; \frac{11\pi}{3}$	
14	$\frac{\sqrt{6}}{36}$	
15	$(-1; 0] \cup \{3\}$	
16	400 тыс.	
17	24	
18	$(-2\sqrt{3}; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; 2\sqrt{3})$	
19	а) да б) нет в) 44	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





13 а) Решите уравнение $2 \sin 2x + 2 \sin(-x) - 2 \cos(-x) + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

а) $2 \cdot 2 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x - 2 \cos x + 1 = 0$
 $2 \sin x (2 \cos x - 1) - 1(2 \cos x - 1) = 0$
 $(2 \cos x - 1) \cdot (2 \sin x - 1) = 0$

б) Ответим корни с помощью окружности

Источники: ФИПИ (старый банк), ФИПИ (новый банк), Основная волна 2022, ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
 2 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 3 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
 4 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

ЧЕТНОСТЬ
 1 $\sin(-x) = -\sin x$
 2 $\cos(-x) = \cos x$
 3 $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
 4 $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

Получим
 $x = \frac{3\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{6}$
 $x = \frac{4\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{17\pi}{6}; \frac{11\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 Различные точки A, B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60° .

а) Докажите, что $\cos \angle ASC + \cos \angle BSC = 1,5$.

б) Найдите объём тетраэдра $SABC$, если $SC = 1, \cos \angle ASC = \frac{2}{3}$.

Источники: ФИПИ (старый банк), ФИПИ (новый банк), Досрочная волна 2022

а) 1) $\angle SAB = 60^\circ = \angle SBA$
 $\triangle SAB - \text{р/с}$
 $\triangle ABC - \text{прямоуг.}$
 $\angle ACB$ опир. на диаметр

2) Пусть $AB = 2x$
 $AC = BS$
 $\operatorname{Tg} \angle AOB = x$
 $\operatorname{Tg} \angle BOA = x$

3) $\triangle SAC$: по т. кос. $AC^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \cos 1$
 $\triangle SBC$: $BC^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \cos \beta$

4) $\triangle ABC$: по т. Пиф. $AB^2 = AC^2 + BC^2$
 $4x^2 = 4x^2 + 4x^2 - 8x^2 \cos \alpha + 8x^2 \cos \beta = 12x^2$
 $8x^2 \cos \alpha + 8x^2 \cos \beta = 12x^2$
 $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{3}{2}$

б) $x = 0,5$
 $\cos \alpha = \frac{2}{3}$
 $\cos \beta = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$
 $AC^2 = 8 \cdot 0,25 - 8 \cdot 0,25 \cdot \frac{2}{3}$
 $AC = \frac{\sqrt{8}}{3}$
 $BC^2 = 8 \cdot 0,25 - 8 \cdot 0,25 \cdot \frac{5}{6}$
 $BC = \frac{1}{3}$
 $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{1}{6\sqrt{6}}$

Ответ: $\frac{1}{6\sqrt{6}}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство

$$(\log_{0,2}(x+2) - \log_5(x^2 + 4x + 4) + 1) \cdot \log_5(x+1) \leq 0.$$

$$(\log_{5^{-1}}(x+2) \cdot \log_{5^{-1}}(x+2) - \log_5(x+2)^2 + 1) \cdot \log_5(x+1) \leq 0$$

$$(\log_5^2(x+2) - 2 \log_5(x+2) + 1) \cdot \log_5(x+1) \leq 0$$

$$(\log_5(x+2) - 1)^2 (\log_5(x+1) - \log_5 1) \leq 0$$

$$(\log_5(x+2) - \log_5 5) \cdot (\log_5(x+2) - \log_5 5) (\log_5(x+1) - \log_5 1) \leq 0$$

$$(5-1) \cdot (x+2-5)^2 \cdot (5-1) \cdot (x+1-1) \leq 0$$

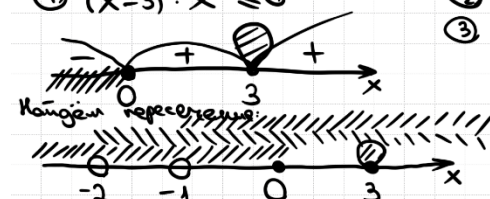
$$x+2 > 0$$

$$x+1 > 0$$

$$① (x-3)^2 \cdot x \leq 0$$

$$② x > -2$$

$$③ x > -1$$



Ответ: $(-1, 0] \cup \{3\}$

ИСТОЧНИКИ

ГРП (старый банк)

ГРП (новый банк)

Основная логика 2023

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$$1 \log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$2 \log_a b = \log_a b^2$$

$$3 \log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$4 \log_a b = \frac{1}{n} \log_a b^n$$

$$5 \log_a b = \frac{\log_a a}{\log_a b}$$

$$6 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$7 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$8 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$9 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$10 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$11 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$12 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$13 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$14 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$15 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$16 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$17 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$18 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$19 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$20 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$21 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$22 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$23 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$24 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$25 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$26 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$27 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$28 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$29 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$30 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$31 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$32 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$33 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$34 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$35 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$36 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$37 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$38 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$39 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$40 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$41 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$42 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$43 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$44 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$45 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$46 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$47 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$48 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$49 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$50 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$51 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$52 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$53 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$54 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$55 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$56 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$57 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$58 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$59 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$60 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$61 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$62 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$63 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$64 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$65 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$66 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$67 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$68 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$69 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$70 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$71 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$72 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$73 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$74 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$75 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$76 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$77 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$78 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$79 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$80 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$81 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$82 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$83 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$84 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

$$85 \log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a a}$$

16

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 11% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 650 тысяч рублей?

Пусть S – сумма долга
на n -м месяце, то есть

Дата Сумма долга

25	1,15 · S
26	$S - \frac{S}{8} = \frac{7}{8} S$
27	$1,15 \cdot \frac{7}{8} S = \frac{8,05}{8} S$
28	$\frac{6}{8} S$
29	$\frac{5,375}{8} S$
30	$\frac{4}{8} S$
31	$\frac{3,3375}{8} S$
32	$\frac{2,225}{8} S$
33	$\frac{1,1125}{8} S$

Ответ: 400 тыс.

ИСТОЧНИКИ

Основная логика 2021

Янченко 2022 (36 вар)

Первые 4 и последние 4 выплаты
сб. фирм. циф.
Вспомогательное φ -лог $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

$$O.C.B. = 650 \text{ тыс.}$$

$$\frac{32 \cdot S}{8} + \frac{175 \cdot S}{8} = \frac{1,14 \cdot S}{8} + \frac{1,11 \cdot S}{8} \cdot 4 = 650$$

$$\frac{3,95 \cdot S}{4} + \frac{2,55 \cdot S}{4} = 650$$

$$\frac{6,5 \cdot S}{4} = 650$$

$$S = \frac{650 \cdot 4}{6,5} = 400 \text{ тыс.}$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

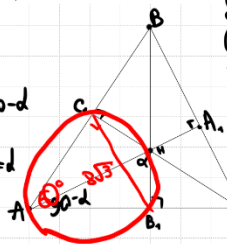


17 Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.

б) Найдите BC , если $AH = 8\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$.

а) Пусть AA_1 - высота
 Пусть $\angle AHB_1 = d$
 $\triangle AHB_1$:
 $\angle HAB_1 = 180 - 90 - d = 90 - d$
 $\triangle AA_1C$:
 $\angle ACA_1 = 180 - 90 - (90 - d) = d$
 Получаем
 $\angle AHB_1 = d = \angle ACB$



б) $\angle AC_1H + \angle AB_1H = 180$
 Опшем окр-ть с диаметром
 AH около AC_1HB_1 .

② $\triangle AB_1C_1$: $R = 4\sqrt{3}$
 по т. С.н.:
 $\frac{B_1C_1}{\sin 60} = 2R$
 $B_1C_1 = 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12$

③ $\cos A = \frac{AC_1}{AC}$
 $\cos A = \frac{AB_1}{AB}$

Тогда $\triangle AB_1C_1 \sim \triangle ABC$ по т.п.
 $k = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{B_1C_1}{BC}$

$BC = 24$

Ответ: 24

ИСТОЧНИКИ

ГПР (новый банк)
 Досрочная волна 2024
 Янвеля 2018
 Семаков 2015
 Основная волна 2014

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

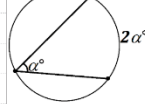


Равны

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

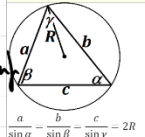
180°

ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ

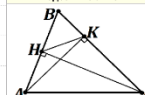


Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



ПОДОБИЕ АВС И НБК



18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 9 + 2ax - a^2 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

$$\begin{cases} x^2 + 3x^2 = 9 + 2ax - a^2 \\ y^2 - x^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 - 2ax - 9 + a^2 = 0 \\ (y-x)(y+x) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 - 2ax + a^2 - 9 = 0 \\ y = \pm x \end{cases}$$

Чтобы получить 4 решения системы, нужно, чтобы $4x^2 - 2ax + a^2 - 9 = 0$ имело 2 разл. р-ня. $\Delta > 0$

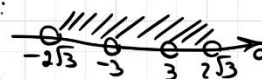
$$\Delta = 4a^2 - 4 \cdot 4 \cdot (a^2 - 9) > 0$$

$$\begin{aligned} 4a^2 - 16a^2 + 144 &> 0 \\ -12a^2 + 144 &> 0 \\ 12 - a^2 &> 0 \\ (\sqrt{12} - a)(\sqrt{12} + a) &> 0 \end{aligned}$$

$$-2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$$

$$a \neq \pm 3$$

Получаем:



Ответ: $(-2\sqrt{3}, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, 2\sqrt{3})$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



19

Имеются каменные глыбы: 50 штук по 700 кг, 60 штук по 1 000 кг и 80 штук по 1 500 кг (раскалывать глыбы нельзя).

а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 65 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 43 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъемностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выходящие глыбы помещаются?

вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

a) ① $\frac{5000}{\frac{1}{7}} = 7^{\frac{1}{7}}$ - Betrag d. 1 pyzobuk
② $\frac{50}{\frac{1}{7}} = 7^{\frac{1}{7}}$
 $\Rightarrow 8$ (pyzobuk) - wobei bei 7000 wohn

③ $\frac{5000}{1000} = 5$ (1000kr waga) - beżar 8 177g

OTBET: a) 9a
b) 25
B) 44

5) 1) Все мыло весит 215 тонн
 Выходит из утюжков 215 тонн
 ⇒ каждая из утюжков надо загрузить в полнотонно

② 700 кг табака можно перевезти только по 5 штук в машине (т.к. если в машину другие кол-во таких таб., то машину не загрузить полностью).
 $\Rightarrow$ 10 машин будут загружены так: $\frac{700}{100}$

700
700
700
700
700
1500

③ 1500 кг можно перевезти только по 2 мотуки в машине, т.к. машину не загрузить полностью

⇒ Следующие 30 машин будут запущены так:

1500
1500
1000
1000

④ Остаются 3 пушки не смогут перевозить ¹⁰⁰⁰ 10 1500 кг груза, т.к. в машинах будет оставаться свободное пространство.

в) Кол-во флористов ≥ 44 (см. п. 8)

Покажем, что 44 грузовика хватило бы.
10 машин будут запарены так: 700

30 машин будут заказаны так:

3 машина будут записаны так:

1500
1500
1500

44-я машина будет запущена так: 1500
ответ: 6144

Источники: **КИ**

FIPF (старый банк)
Достоинство юности 2011

ДОСЛІДЖЕННЯ ВОЄНИЙ 2011

⑤ $\frac{5000}{1500} = 3\frac{1}{3}$
 $\Rightarrow 3$ (1500 кг морей) - берез в 1 пудовик
 ⑥ $\frac{80}{27} = 2\frac{2}{3}$
 $\Rightarrow 2$ (пудовиков) - березы все 1500 кг морей

Угроз 47 фразировок полагается для учителя

5) 1) Все мыло весит 215 тонн
 Выходность мыловаров 215 тонн
 $\Rightarrow$ каждому мыловару надо загрузить в полнотонно

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>а</i> , <i>б</i> и <i>в</i>	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>а</i> или <i>б</i>	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>а</i> и <i>б</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i>	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>а</i> или <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4