

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 15$, AH – высота, $BH = 6$. Найдите косинус угла BAC .



Ответ: _____.

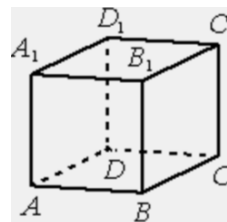
2

Даны векторы $\vec{a}(-13; 4)$ и $\vec{b}(-6; 1)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми CD_1 и AD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.



- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: _____.

- 5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,9. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не** перегорит.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$3^{\log_9(4x+1)} = 9.$$

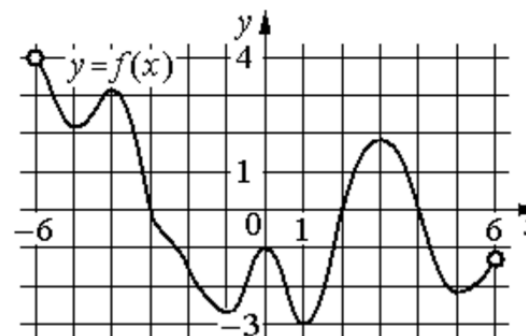
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{-6 \sin 374^\circ}{\sin 14^\circ}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-4,5; 2,5]$.



Ответ: _____.

- 9 Сила тока в цепи I (в А) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение (в В), R — сопротивление электроприбора (в Ом). В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 2,5 А. Определите, какое наименьшее сопротивление может быть у электроприбора, подключаемого к сети в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

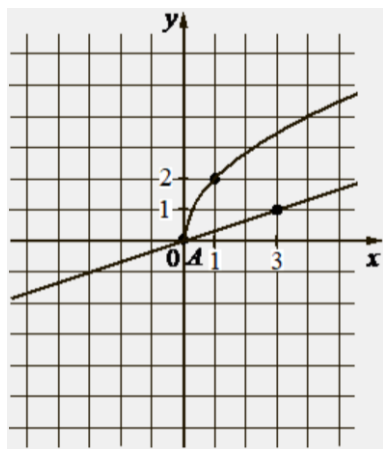
Ответ: _____.

- 10 Байдарка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки равна 2 км/ч.

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции

$$y = (x - 5)^2 \cdot e^{x-7}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$3\operatorname{tg}^2 x - \frac{5}{\cos x} + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- 14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ точка M является серединой ребра BB_1 , а точка N — середина ребра A_1C_1 . Плоскость α , параллельная прямым AM и B_1N , проходит через середину отрезка MN .

а) Докажите, что плоскость α проходит через середину отрезка B_1M .

б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α , если все рёбра призмы имеют длину 4.

- 15 Решите неравенство

$$\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} \geq \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64}.$$

- 16 Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей.

Владимиру нужно каждую неделю производить 410 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?



17 В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
б) Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

18 При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

19 С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	0,4	
2	82	
3	90	
4	0,12	
5	0,271	
6	20	
7	-6	
8	4	
9	88	
10	7	
11	36	
12	3	
13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{7\pi}{3}$	
14	$\frac{7\sqrt{6}}{2}$	
15	$\{2\} \cup (3; +\infty)$	
16	2 050 000	
17	$\frac{1}{2}$	
18	$(-3; +\infty) \setminus \{0; 2; 6; 12\}$	
19	а) да б) нет в) 51	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение $3\lg^2 x - \frac{5}{\cos x} + 1 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

а) $\frac{3\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{5}{\cos x} + \frac{1}{1} = 0$
 $\frac{3(1 - \cos^2 x) - 5\cos x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$
 $\frac{-2\cos^2 x - 5\cos x + 3}{\cos^2 x} = 0$
 $\cos x = -3$ нет р-ов.
 $\cos x = \frac{1}{2}$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) Отберём корни с помощью окружности.
 Получим $x = -\frac{2\pi}{1} - \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{3}$

ИСТОЧНИКИ
 ЕГЭ (старый банк)
 Основная волна (Резерв) 2024
 Основная волна (Резерв) 2013
 ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ
 1 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
 2 $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
 3 $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
 4 $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{7\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ точка M является серединой ребра BB_1 , а точка N — серединой ребра A_1C_1 . Плоскость α , параллельная прямым AM и B_1N , проходит через середину отрезка MN .

а) Докажите, что плоскость α проходит через середину отрезка B_1M .
 б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α , если все рёбра призмы имеют длину 4.

а) $B_1N \parallel \alpha$
 Пусть O — середина MN
 Построим в ΔB_1MN медиану EO такую, что $EO \parallel B_1N$
 Тогда EO — линия пересечения α и (B_1MN)

б) ① Построение сечения
 - Построим $ED \parallel AM$ ($D \in AA_1$)
 - Пусть $DF \cap CC_1 = K$
 - $KE \cap B_1C_1 = P$
 - $DK \cap A_1C_1 = L$
 $DLPE$ — сечение

② Рассмотрим AA_1C_1C :
 $\Delta A_1LD \sim \Delta NLF$ $\kappa = 3$
 $\frac{2 + ML}{NL} = \frac{3}{1}$ $3NL = 2 + NL$
 $NL = 1$
 Тогда $C_1L = 1$
 $C_1K = 1$
 $\Delta C_1KP = \Delta B_1EP$
 Тогда P — середина B_1C_1
 $LP = \frac{1}{2}B_1N = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ Пусть $\angle LKP = \beta$
 Тогда $\cos \beta = \frac{2 + 5 - 3}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
 $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$
 $S_{KLP} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$
 $S_{KDE} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{6}$
 $S_{сеч} = 4\sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{6} = \frac{7}{2}\sqrt{6}$
 Ответ: $\frac{7}{2}\sqrt{6}$



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство

$$\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} - \frac{2^{x+4} + 96}{4^x - 64} \geq 0$$

Решение:

$$\frac{2^x + 8}{2^x - 8} + \frac{2^x - 8}{2^x + 8} - \frac{2^x \cdot 16 + 96}{4^x - 64} \geq 0$$

Пусть $2^x = t$

$$\frac{t+8}{t-8} + \frac{t-8}{t+8} - \frac{16t+96}{t^2-64} \geq 0$$

$$\frac{t^2 + 16t + 64 + t^2 - 16t + 64 - 16t - 96}{t^2 - 64} \geq 0$$

$$\frac{2t^2 - 16t + 32}{t^2 - 64} \geq 0 \quad | :2$$

$$\frac{t^2 - 8t + 16}{t^2 - 64} \geq 0$$

$$\frac{(t-4)^2}{(t-8)(t+8)} \geq 0$$

$t < -8$
 $t = 4$
 $t > 8$

$2^x < -8$ нет р-ий.
 $2^x = 2^2$ $x = 2$
 $2^x > 2^3$ $x > 3$

Ответ: $\{2\} \cup (3; +\infty)$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2024
Основная волна 2017

СПЕЦИАЛИЗАЦИЯ

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ФОРМУЛЫ

- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^4 - b^4 = (a-b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$
- $a^4 + b^4 = (a+b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



16

Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 4 t единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 5 t единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей.

Владимиру нужно каждую неделю производить 410 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

② Сумма оплаты = $500 \cdot (x^2 + y^2)$
 Итого найдем мин. зплат. этого вар.

$f(x) = 500 \cdot (x^2 + (82 - 0,8x)^2)$
 $f(x) = 500 \cdot (x^2 + 82^2 - 2 \cdot 0,8 \cdot 82 \cdot x + 0,64x^2)$
 $= 500x^2 - 65600x + 320x^2 + 500 \cdot 82^2$
 $= 820x^2 - 65600x + 500 \cdot 82^2$
 $f'(x) = 820 \cdot 2x - 65600 = 0$
 $x = 40$

① $410 = 4x + 5y$
 Выразим y :
 $5y = 410 - 4x$
 $y = 82 - 0,8x$, где $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$
 $82 - 0,8x \geq 0$
 $82 \geq 0,8x$
 $x \leq 102,5$
 $x \in [0; 102,5]$

$f(40) = 500 \cdot (1600 + 2500) = 2050000$

Ответ: 2050000

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
 Ященко 2018
 Досрочная волна 2015

ПРОИЗВОДНЫЕ

- $(C)' = 0$
- $(x^n)' = nx^{n-1}$
- $(Cx)' = C$
- $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
- $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $(U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V'$
- $(\frac{U}{V})' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$
- $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\lg x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

17

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
 б) Найдите отношение EH к AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

а) ① $\angle AMC = 90^\circ$ — это
 $\angle AKC = 90^\circ$ — углы
 равны и опущены на
 один отрезок
 Опустим перпендикуляры
 от точек M и K на
 отрезок AC

② Пусть $AK \cap CM = O$
 $\triangle EOM \sim \triangle AOC$ по 2 углам
 $\kappa = \frac{EH}{AC} = \frac{EO}{AO}$

③ $\triangle ABK$:
 $\angle A = 180 - 90 - 45 = 45$
 $\triangle AOM$:
 $\angle O = 180 - 90 - 45 = 45$
 $\triangle EOM$:
 $\angle M = 180 - 90 - 45 = 45$
 значит $\triangle EOM - p/s$.
 Пусть $EO = x$
 $\triangle AEM - p/s$.
 $AE = x = EM$
 $\frac{EO}{AO} = \frac{x}{x} = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
 ГПР (новый банк)
 Основная волна (Резерв) 2024
 Ященко 2018
 Основная волна 2016

ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ

Если соответственные углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



18 При каких значениях параметра a уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

$$\begin{cases} 1) |4x| - x - 3 - a = 0 \\ 2) x^2 - x - a \neq 0 \end{cases}$$

Решим ур-е 1) $|4x| - x - 3 - a = 0$
Если $x=0$, то $|4 \cdot 0| - 0 - 3 - a = 0$
т.е. $a = -3$ $x=0$ - ед. реш.

Если $x > 0$, то $4x - x - 3 - a = 0$
 $3x = 3 + a$
 $x = 1 + \frac{a}{3}$
 $1 + \frac{a}{3} > 0$
 $\frac{a}{3} > -1$
 $a > -3$ будет полн. $x = 1 + \frac{a}{3}$

Если $x < 0$, то $-4x - x - 3 - a = 0$
 $5x = -3 - a$
 $x = -\frac{3}{5} - \frac{a}{5}$
 $-\frac{3}{5} - \frac{a}{5} < 0$
 $\frac{a}{5} > -\frac{3}{5}$
т.е. $a > -3$ будет отриц. $x = -\frac{3}{5} - \frac{a}{5}$

При $a > -3$ будет 2 различных реш.

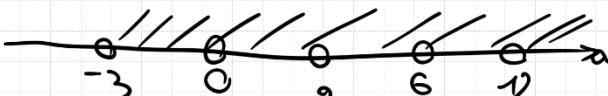
$$2) x^2 - x - a \neq 0$$

Если $x = 1 + \frac{a}{3}$, то
 $(1 + \frac{a}{3})^2 - 1 - \frac{a}{3} - a \neq 0$ | :9
 $9 + 6a + a^2 - 9 - 3a - 9a \neq 0$
 $a^2 - 6a \neq 0$
 $a(a-6) \neq 0$
 $a \neq 0$ $a \neq 6$

Если $x = -\frac{3}{5} - \frac{a}{5}$, то

$$\begin{cases} a \neq 2 \\ a \neq 12 \end{cases}$$

Получаем:



Ответ: $(-3; 0) \cup (0; 2) \cup (2; 6) \cup (6; 12) \cup (12; +\infty)$

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2023
Основная волна 2019
Ященко 2022 (36 вар)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



19	С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем полученную разность делят на 3.	ИСТОЧНИКИ Олимпиада имени 2025
----	--	-----------------------------------

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
 б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
 в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

а) $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 300$
 $\frac{99a + 9b}{3} = 300$
 $33a + 3b = 300 \quad | :3$
 $11a + b = 100$
 При $a = 9$
 $b = 1$
 $c = 0$

б) $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 151$

$\frac{99a + 9b}{3} = 151$
 $33a + 3b = 151 \quad | :3$
 $11a + b = \frac{151}{3}$

Получаем, что сумма целых чисел
 равно дроби.
 Ответ: 0 нет.

$\frac{910 - 9 - 1 - 0}{3} = 300 \checkmark$
 Ответ: а) да.

в) $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 300$
 $910 - a - b - c = 900$
 $a + b + c = 10$
 Ответ: б) нет, в) 51

в) $\frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - a - b - c}{3} = 300$
 $99a + 9b = 300$
 $33a + 3b = 300$
 $11a + b = 100$
 Ответ: б) нет, в) 51

Если $a=1$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

Если $a=2$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

Если $a=3$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

Если $a=4$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

Если $a=5$, то $0 \leq b \leq 9$, тогда $33a + 3b =$

Если $a=6$, то $b=0$, тогда $33a + 3b = 198$ — единственное значение

Получаем, что в результате операции может получиться 51 различных чисел.
 Ответ: б) 51.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4