

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

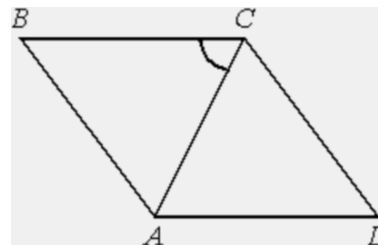
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

Угол между стороной и диагональю ромба равен 54° . Найдите острый угол ромба.



Ответ: _____.

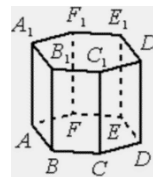
2

Даны векторы $\vec{a}(3; 4)$ и $\vec{b}(-4; -3)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

3

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки $D, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 2.



Ответ: _____.



- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,93. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 20.

Ответ: _____.

- 5 При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,82. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$36^{x-5} = \frac{1}{6}.$$

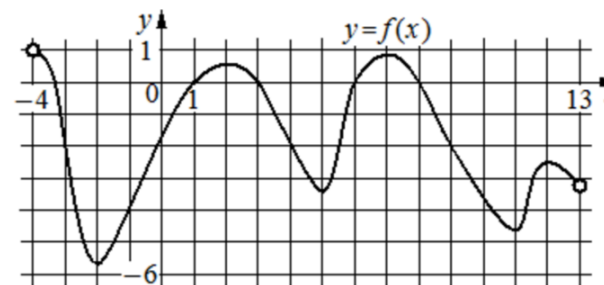
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{\left(5^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{35^9}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 13)$. Определите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 14$.



Ответ: _____.

- 9 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 190 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 700 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

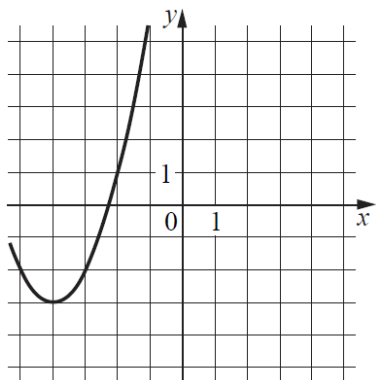
Ответ: _____.

- 10 Первый насос наполняет бак за 1 час, второй — за 1 час 30 минут, а третий — за 1 час 48 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c – целые. Найдите значение $f(-12)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 + 20x^3 - 65x$ на отрезке $[-4; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$14\cos^2 x + \sin 2x = 6.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 3$, $AD = 4$ и $AA_1 = 6$. Через точки B_1 и D параллельно прямой AC проведена плоскость, пересекающая ребро CC_1 в точке K .

- а) Докажите, что K – середина CC_1 .
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости сечения.

- 15 Решите неравенство

$$1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^{x+4} + 64} \geq 0.$$

- 16 15-го августа 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.



- 17** Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника ABC вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину N гипотенузы AB , пересекает катет BC в точке M .

- а) Докажите, что $\angle BML = \angle BAC$.
 б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 20$ и $CM = 3\sqrt{5}$.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a + 1| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

- 19** На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 6.

- а) Может ли их сумма составлять 198?
 б) Может ли их сумма составлять 270?
 в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 1518?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	72	
2	-0,96	
3	8	
4	0,44	
5	0,78	
6	4,5	
7	7	
8	6	
9	14	
10	27	
11	61	
12	44	
13	а) $\arctg \frac{4}{3} + \pi n, -\frac{\pi}{4} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\arctg \frac{4}{3}; \frac{3\pi}{4}; \pi + \arctg \frac{4}{3}$	
14	$\frac{24\sqrt{41}}{41}$	
15	$(-\infty; 0] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$	
16	1288 тыс.	
17	80	
18	$\left(-\frac{1}{2}; 1 - \sqrt{2}\right) \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$	
19	а) да б) нет в) 8	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$14\cos^2 x + \sin 2x = 6$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \frac{3\pi}{2}]$.

а) $14\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x = 6(\sin^2 x + \cos^2 x)$
 $14\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x - 6\sin^2 x - 6\cos^2 x = 0$
 $8\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x - 6\sin^2 x = 0$: $\cos x$
 $8 + 2\lg x - 6\lg^2 x = 0$ | : (-2)
 $3\lg^2 x - \lg x - 4 = 0$
Пусть $\lg x = t$
 $3t^2 - t - 4 = 0$
 $D = 1 + 48 = 49$
 $t = \frac{1 \pm 7}{6}$
 $t = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ $t = -1$
 $\lg x = \frac{4}{3}$ $\lg x = -1$
 $x = \arctg \frac{4}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ $x = -\frac{\pi}{4} + \pi, n \in \mathbb{Z}$

б) Ответим корни с помощью окружности

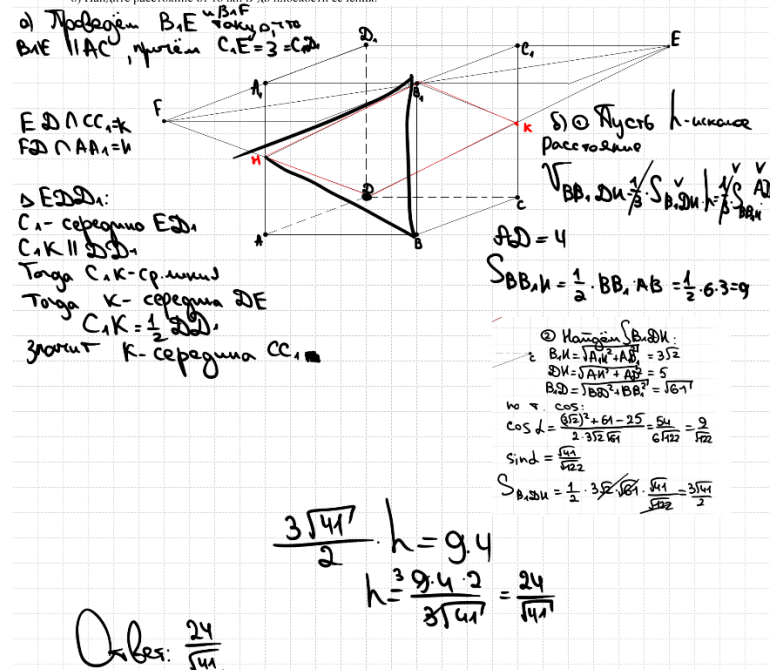
Получим
 $x = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$
 $x = \arctg \frac{4}{3}$
 $x = \pi + \arctg \frac{4}{3}$

Ответ: а) $\arctg \frac{4}{3} + \pi n$
б) $\arctg \frac{4}{3}; \frac{3\pi}{4}; \pi + \arctg \frac{4}{3}$



14

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 3$, $AD = 4$ и $AA_1 = 6$. Через точки B_1 и D параллельно прямой AC проведена плоскость, пересекающая ребро CC_1 в точке K .

а) Докажите, что K — середина CC_1 .б) Найдите расстояние от точки D до плоскости сечения.

ИСТОЧНИКИ

Досрочный волн 2024

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство

$$1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^{x+4} + 64} \geq 0.$$

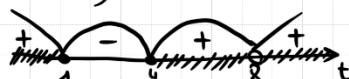
$$1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^x \cdot 2^3 + 64} \geq 0$$

$$\text{Пусть } 2^x = t$$

$$\frac{1}{1} + \frac{11}{t-8} + \frac{28}{t^2-16t+64} \geq 0$$

$$\frac{t^2-16t+64 + 11t-88 + 28}{(t-8)^2} \geq 0$$

$$\frac{t^2-5t+4}{(t-8)^2} \geq 0$$



$$\begin{cases} t \leq 1 \\ 4 \leq t < 8 \\ t > 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x \leq 1 \\ 2^x \leq 2^0 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^2 \leq 2^x < 2^3 \\ 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x > 2^3 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 0] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2017

ОС

1. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 3. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 4. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ 5. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ 6. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 7. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

СТЕПЕНИ

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 2. $a^m : a^n = a^{m-n}$ 3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ 4. $a^m \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ 5. $\frac{a^m}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ 6. $a^0 = 1$ 7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a^n}{b^n}\right)$

16

15-го августа 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Пусть 7 число - день
x - сумма, на которую
уменьшается долг первые
10 месяцев

Первые 10 выплат ариф. прогрессии. чл. прогрессии Ф-лой
 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
О.С.В. = $\frac{(12+x + 12+0,99x) \cdot 5}{2} + 404 =$

Дата	Сумма долга
15 авг.	1200 тыс
1	1200 · 1,01 = 1212
2	1212 - x = 1212 - x
15	1200 - x = 1120
1	1212 - 1,01x
2	1212 - 1,01x
15	1200 - 2x = 1040
1	1212 - 2,02x
2	1212 - 2,02x
15	1200 - 3x = 960

9	15	1200 - 9x = 480
1	1	1212 - 9,09x
10	7	1212 - 9,09x
15	15	1200 - 10x = 400
1	1	404
2	7	404
15	15	0

Ответ: 1288 тыс.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2021

Основная волна 2018

Основная волна (Резерв) 2018

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



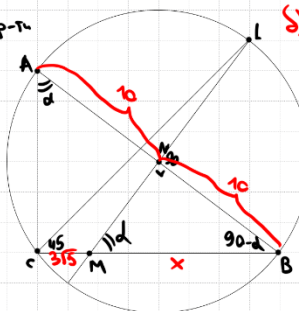


17 Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника ABC вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину N гипотенузы AB , пересекает катет BC в точке M .

- а) Докажите, что $\angle BML = \angle BAC$.
б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 20$ и $CM = 3\sqrt{5}$.

а) $\odot AB$ - диаметр окр-ти
 N - центр окр-ти
(т.к. $\triangle ABC$ - прямоуг.
и вписан в окр.)

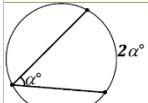
Пусть $\angle BAC = d$
 $\triangle ABC$:
 $\angle B = 180 - 90 - d = 90 - d$
 $\angle BCL = \frac{1}{2} \cdot 90 = 45$
 $\angle BL = 2 \cdot 45 = 90$
 $\angle LNB = 90$ (т.к. центр.)
 $\angle BNM = 90$ (следствие $\angle LNB$)
 $\angle BMN = 180 - 90 - (90 - d) = d$
 $\angle BML = d = \angle BAC$



б) Пусть $BM = x$
 $\triangle BNM \sim \triangle BCA$ по 2 углам
 $\frac{10}{x + 3\sqrt{5}} = \frac{x}{20}$ $\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{AB}$
 $x \cdot (x + 3\sqrt{5}) = 200$
 $x^2 + 3\sqrt{5}x - 200 = 0$
 $D = 45 + 800 = 845 = 29^2$
 $x = \frac{-3\sqrt{5} \pm 29}{2}$
 $x = 5\sqrt{5}$
 $BC = 8\sqrt{5}$
 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 4\sqrt{5}$
 $S = \frac{4\sqrt{5} \cdot 8\sqrt{5}}{2} = 80$
Ответ: 80

ИСТОЧНИКИ

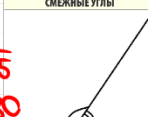
Основная волна (резерв) 2020
ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ



ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ
Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается



СМЕЖНЫЕ УГЛЫ



В сумме 180°
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3





18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a + 1| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

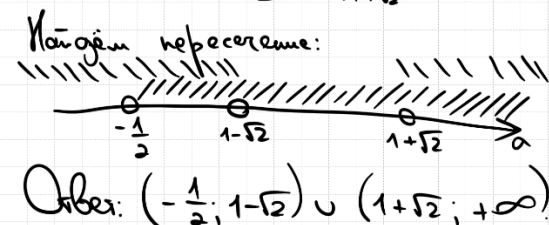
ИСТОЧНИКИ

ГПЭ (старый банк)
ГПЭ (новый банк)
Основная волна 2018
Янченко 2021 (36 вар)
Янченко 2020 (36 вар)
Янченко 2019 (36 вар)
Профиль ЕГЭ 29.02.2020

Предположим $y = |a+1| - x^2$
Подставим y в ① $x^4 + (a+1)^2 - 2|a+1| \cdot x^2 + x^4 - a^2 = 0$
 $x^4 + a^2 + 2a + 1 - 2x^2 \cdot |a+1| + x^4 - a^2 = 0$
 $2x^4 - 2|a+1| \cdot x^2 + 2a + 1 = 0$
Ур-е 4-й степени может иметь до 4 корней включительно
Пусть $x^2 = t$ $t \geq 0$, то тогда было 4 разных решения x ,
если $\begin{cases} t_1 > 0 \\ t_2 > 0 \\ t_1 \neq t_2 \end{cases}$

$2t^2 - 2|a+1| \cdot t + 2a + 1 = 0$
но т. Виета
 $\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{2|a+1|}{2} = |a+1| \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{2a+1}{2} = a + \frac{1}{2} \end{cases}$
Заметим, что сумма корней $t_1 + t_2$ неотрицательна, значит t_1 и t_2 неотрицательны.
Если же коэффициент $a + \frac{1}{2} > 0$, то это означает $t_1 > 0$ и $t_2 > 0$
Тогда было 2 различных корня, нулю, тогда $D > 0$
Решим $\begin{cases} a + \frac{1}{2} > 0 \\ D > 0 \end{cases}$ $a > -\frac{1}{2}$

$(-2|a+1|)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (2a+1) > 0$
 $4 \cdot (a+1)^2 - 16a - 8 > 0$
 $4 \cdot (a^2 + 2a + 1) - 16a - 8 > 0$
 $4a^2 + 8a + 4 - 16a - 8 > 0$
 $4a^2 - 8a - 4 > 0 \quad | :4$
 $a^2 - 2a - 1 > 0$
 $D_a = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = (2\sqrt{2})^2$
 $a = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2 \cdot 1}$
 $a = 1 \pm \sqrt{2}$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 6. **Источники**
Основная школа 2020

а) Может ли их сумма составлять 198?
 б) Может ли их сумма составлять 270?
 в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 1518?

На доске могут быть
 6
 36
 66
 96
 126
 156
 186
 216
 246
 276
 306
 336
 ...

а) Ответ: да, например.
 $156 + 36 + 6 = 198$

б) Если на доске 2 числа, то сумма должна быть кратно 3.
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 ...
 $\Rightarrow$ Тогда сумма чисел была равна 270, причём было кратно 5 кол-во чисел.

в) 1) Если сумма чисел 1518, то чисел на доске 3 или 8 или 13 или 18 или 23, т.е. $3+5 \cdot n$, где $n=0$, $n=1$, $n=2$, ...

2) Может ли быть 13 чисел?
 Тогда $S \geq 13 \cdot 6 + \frac{1+12}{2} \cdot 12 \cdot 30$
 $S \geq 13 \cdot 6 + 13 \cdot 6 \cdot 30$
 $S \geq 31 \cdot 78$
 $S \geq 2418$
 $\Rightarrow 13$ чисел быть не могло, т.к. тогда сумма чисел > 1518

3) Может ли быть 8 чисел?
 Тогда $S \geq 8 \cdot 6 + \frac{1+7}{2} \cdot 7 \cdot 30$
 $S \geq 8 \cdot 6 + 8 \cdot 105$
 $S \geq 111 \cdot 8$
 $S \geq 888$
 $888 < 1518$
 $\Rightarrow 8$ чисел быть могло
 $\Rightarrow$ кол-во чисел на доске ≤ 8

4) Покажем, что 8 чисел можно было.
 Тогда $S = 7 \cdot 6 + \frac{1+6}{2} \cdot 6 \cdot 30 + 846$
 $= 7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 15 + 846$
 $= 16 \cdot 42 + 846$
 $= 1518 \quad \checkmark$

6
 36
 66
 96
 126
 156
 186
 846
 Ответ: б) 8.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4