

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

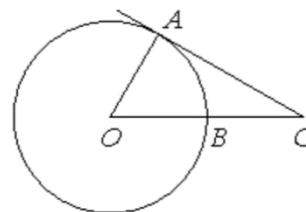
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

Угол ACO равен 27° , где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

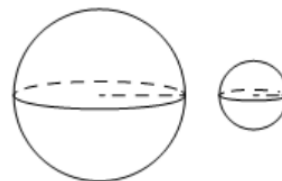
2

Даны векторы $\vec{a} (1; 1)$ и $\vec{b} (0; 7)$. Найдите длину вектора $8\vec{a} + \vec{b}$.

Ответ: _____.

3

Дано два шара. Радиус первого шара в 13 раз больше радиуса второго. Во сколько раз объём первого шара больше объёма второго?



Ответ: _____.





- 4 В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменов: 25 из США, 17 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\sqrt[3]{x+3} = 5.$$

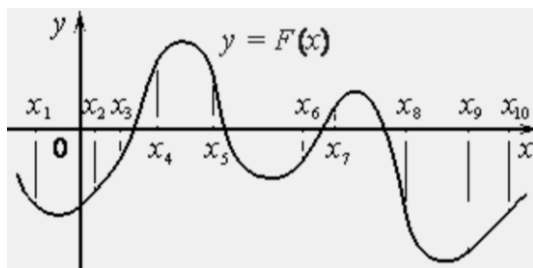
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\sqrt{108} \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sqrt{27}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

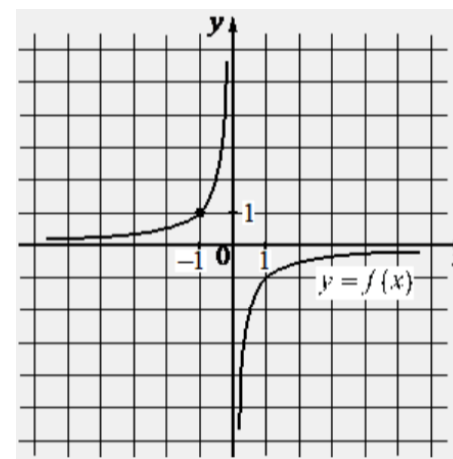
- 9 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 494 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемых импульсов, f – частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 18 м/с.

Ответ: _____.

- 10 Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____.



12

Найдите наибольшее значение функции

$$y = 33x - 30 \sin x + 29 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right].$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin x} - 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 1 : 2$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

15

Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}((4-x)(x^2+29)) \leq \log_{\frac{1}{3}}(x^2-10x+24) + \log_{\frac{1}{3}}(7-x).$$

16

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно r , если общая сумма выплат составит 435 тыс. рублей?

17 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.

б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - 2x - 6a + a^2 = |6x - 2a|$$

имеет ровно два различных корня.

19 В каждой клетке квадратной таблицы 5×5 стоит натуральное число, меньшее 6. Вася в каждом столбце находит сумму чисел и из полученных сумм выбирает наименьшую. Петя в каждой строке находит сумму чисел и из полученных сумм выбирает наименьшую.

а) Может ли число у Пети получиться в два раза больше, чем число у Васи?

б) Может ли число у Пети получиться в пять раз больше, чем число у Васи?

в) В какое наибольшее число раз число у Пети может быть больше, чем число у Васи?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	14 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике профиль Результаты моих учеников Высшее образование – ТГУ (Тольятти), 2009-2014 Победитель трёх олимпиад по высшей математике
ВК:	https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб:	https://www.youtube.com/c/pifagor1



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	63	
2	17	
3	2197	
4	0,4	
5	0,22	
6	122	
7	4,5	
8	7	
9	506	
10	33	
11	-0,1	
12	29	
13	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{5\pi}{2}$	
14	$\frac{1075}{9}$	
15	[1; 4)	
16	12	
17	$\frac{25}{36}$	
18	$(2 - 2\sqrt{5}; 4 - 2\sqrt{5}) \cup (0; 6) \cup (2 + 2\sqrt{5}; 4 + 2\sqrt{5})$	
19	а) да б) нет в) $\frac{21}{5}$	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin x} - \frac{2}{1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$.

а) $1 + \sin x - 2\sin^2 x = 0$
 $\sin^2 x$
 $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \\ \sin^2 x \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$

Получаем
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
 $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$
 $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

б) Отберём корни с помощью окружности

Получим
 $x = \frac{5\pi}{2}$
 $x = \frac{2\pi}{1} - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{5\pi}{2}$

ИСТОЧНИКИ
 Основная волна (Резерв) 2020
 Янсенко 2018 (20 апр)
 Янсенко 2018
 Основная волна (Резерв) 2014

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : PB_1 = 1 : 2$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

ИСТОЧНИКИ
 ЕГЭ (старый банк)
 Досрочный экзамен 2015

обоснование сеч.
 $\Delta B_1 B D_1$
 Построим ЛК такую, что
 $LK \parallel BD_1$
 $C_1 L$
 $C_1 L \cap A_1 B_1 = P$
 PK
 KC₁
 C₁PK — сечение

а) $\Delta B_1 L K \sim \Delta B_1 B D_1$ по 2 углам
 $\frac{5}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{B_1 L}$
 $B_1 L = 2\sqrt{2}$
 $D_1 L = 3\sqrt{2}$

б) $\Delta C_1 D_1 L \sim \Delta B_1 P L$ по 2 углам
 $\frac{5}{B_1 P} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$
 $B_1 P = \frac{10}{3}$
 $A_1 P = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$
 $\frac{A_1 P}{P B_1} = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1075}{9}$

$V_{\text{иск}} = V_{\text{к.с.к.}} - V_{\text{б.с.к.}}$
 $\frac{125}{1} - \frac{50}{9} = \frac{1075}{9}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



15 Решите неравенство

$$\log_3((4-x)(x^2+29)) \leq \log_3(x^2-10x+24) + \log_3(7-x).$$

$$(4-x)(x^2+29) > 0$$

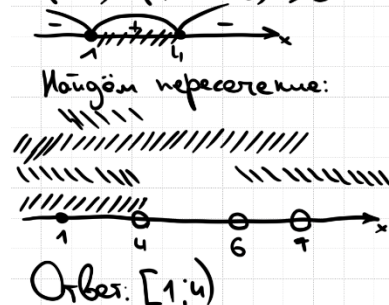
$$x^2-10x+24 > 0$$

$$7-x > 0$$

$$(4-x)(x^2+29) \geq (x^2-10x+24)(7-x)$$

$$\textcircled{1} 4-x > 0 \quad \textcircled{2} \text{график} \quad \textcircled{3} x < 7$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} (4-x) \cdot (x^2+29) - (x-4)(x-6)(7-x) &\geq 0 \\ (4-x) \cdot (x^2+29) + (4-x) \cdot (x-6)(7-x) &\geq 0 \\ (4-x) \cdot (x^2+29 + 7x - x^2 - 42 + 6x) &\geq 0 \\ (4-x) \cdot (13x-13) &\geq 0 \end{aligned}$$



ИСТОЧНИКИ

Основная школа 2019
СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ
1 $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
2 $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
3 $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4 $\log_a a^b = \frac{1}{a} \cdot \log_a b$
5 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ
$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

16

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июню необходимо выплачивать часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно r , если общая сумма выплат составит 435 тыс. рублей?

Итого	$(1 + \frac{r}{100}) = 6$	О.С.В. = 435 тыс.
июль - месяц погашения		$300b - 250 + 250b - 200 + 200b - 150 + 125 + 65 + 57,5 = 435$
		$750b = 435 + 600 - 195$
		$750b = 840$
		$b = \frac{840}{750} = \frac{28}{25} = \frac{112}{100} = 1,12 = 1 + \frac{r}{100}$
		$r = 12$
Дата	Сумма долга	
июль 25	300 тыс.	
январь 26	300b	
июль 26	250	дог. 300b-250
январь 27	250b	
июль 27	200	дог. 250b-200
январь 28	200b	
июль 28	150	дог. 200b-150
январь 29	150b	
июль 29	100	дог. 150b-100 = 122,5
январь 30	100b	дог. 122,5 + 100 = 222,5
июль 30	50	дог. 115
январь 31	50b	дог. 65
июль 31	0	дог. 57,5
		дог. 57,5
		0
		Ответ: 12.

ИСТОЧНИКИ

Основная школа 2021
Янтарко 2022 (36 вар)

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.

б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

а) 1) Пусть $\angle CAN = \alpha = \angle BAL$
 MN – ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $\angle ALM = \alpha = \angle BAL$
 $\triangle ALM$ – р/с.
 $AM = ML$

2) CM – медиана в р-м. у-м. $\triangle ABC$.
 $CM = AM = BM = ML = R$
 Определим окруж-ть с радиусом R

3) по т. о. впис. у-ла:
 $\angle CLM = 2\angle CAL = 2\alpha$
 $\angle BCL = \frac{1}{2} \angle BCL = \alpha$
 $\angle CBL = \frac{1}{2} \angle CBL = \alpha$

1) Проверим
 $\triangle AML \sim \triangle BLC$ по 2 углам
 $(\angle BCL = \alpha = \angle MAL)$
 $(\angle CBL = \alpha = \angle MLA)$

б) $\frac{S_{BLC}}{S_{AML}} = k^2$

$k = \frac{BL}{AM} = \frac{BL}{\frac{1}{2}AB} = 2 \cdot \frac{BL}{AB}$

$\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$

$1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{7}{25}$

$\frac{16}{25} = 2\sin^2 \alpha$

$\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$

$\sin \alpha = \frac{3}{5}$

$k = 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$

$\frac{S_{AML}}{S_{BLC}} = \frac{25}{36}$

Отв. $\frac{25}{36}$.

ИСТОЧНИКИ

Основная школа 2016

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ

По двум углам

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ

Если внутренне накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (признак параллельности прямых)

МЕДИАНА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

18 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 - 2x - 6a + a^2 = |6x - 2a|$$

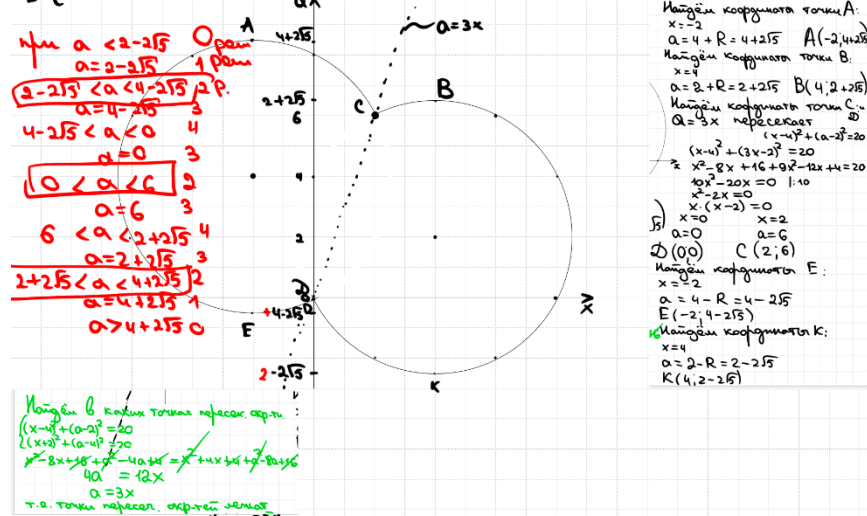
имеет 2 различных решения.

$$\begin{cases} 6x - 2a \geq 0 \\ x^2 - 2x - 6a + a^2 = 6x - 2a \\ 6x - 2a < 0 \\ x^2 - 2x - 6a + a^2 = -6x + 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 3x \\ x^2 - 8x + a^2 - 4a = 0 \\ a > 3x \\ x^2 + 4x + a^2 - 8a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 3x \\ x^2 - 8x + 16 + a^2 - 4a + 4 = 20 \\ a > 3x \\ x^2 + 4x + 4 + a^2 - 8a + 16 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 3x \\ (x-4)^2 + (a-2)^2 = 16 \\ a > 3x \\ (x+2)^2 + (a-4)^2 = 16 \end{cases}$$



Ответ: $(2-2\sqrt{5}, 4-2\sqrt{5}) \cup (0, 6) \cup (2+2\sqrt{5}, 4+2\sqrt{5})$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



19

В каждой клетке квадратной таблицы 5×5 стоит натуральное число, меньшее 6. Вась в каждом столбце находит сумму чисел и из полученных сумм выбирает наименьшую. Петя в каждой строке находит сумму чисел и из полученных сумм выбирает наименьшую.

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017

а) Может ли число у Пети получиться в два раза больше, чем число у Васи?

б) Может ли число у Пети получиться в пять раз больше, чем число у Васи?

в) В какое наибольшее число раз число у Пети может быть больше, чем число у Васи?

$$\begin{array}{ccccc}
 1 & 1 & 1 & 4 & 3 \\
 1 & 1 & 1 & 4 & 3 \\
 1 & 1 & 1 & 4 & 3 \\
 1 & 1 & 1 & 4 & 3 \\
 1 & 1 & 1 & 4 & 3
 \end{array}$$

⑤ ⑤ ⑤ ⑤ ⑤

Ответ: да, например 5.

в) В какое наибольшее число раз число у Пети может быть больше, чем число у Васи?

$$\begin{array}{ccccc}
 1 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
 1 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
 1 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
 1 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
 1 & 5 & 5 & 5 & 5
 \end{array}$$

число Васи = 5

число Пети 21

Отличие в $\frac{21}{5}$ раз

число Васи = 5 - единственное число, которое делится на 5 раз

Если Петя получит 25, то число, которое все числа таблицы дают 5, но тогда число Васи не 5, а 25

Ответ: да

① Если число Васи $\min = 5$, то число Пети ≤ 21

Отличие чисел $= \frac{21}{5}$

② Если число Васи = 6 или больше, то отличие $\leq \frac{25}{6}$

Сравним $\frac{25}{6} < \frac{21}{5}$

значит $\frac{21}{5}$ - наибольшее отличие

Ответ: в) $\frac{21}{5}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4