

Содержание

1	Движение навстречу	3
2	Задачи на движение по прямой	5
3	Движение по окружности	10
4	Движение по воде	12
5	Средняя скорость	14
6	Движение протяжённых тел	16
7	Задачи на работу	17
8	Задачи на проценты и доли	23
9	Задачи на концентрацию, смеси, сплавы	25
10	Подсказки	27
11	Ответы	92

1 Движение навстречу

⇒ Теория и пример решения



Теория.

Если расстояние между двумя телами, которые начали двигаться **одновременно** навстречу друг другу, равно s , а их скорости v_1 и v_2 , то время t , через которое они встретятся, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}$$

Примечание. Если два тела начали движение не одновременно, то надо найти момент времени, начиная с которого их движение стало одновременным.

Пример.

Расстояние между города А и В равно 40 км. Из города А в город В со скоростью 10 км/ч выехал первый велосипедист, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 15 км/ч второй велосипедист. На каком расстоянии от города А велосипедисты встретятся? Ответ дайте в километрах.

Решение:

Через час после выезда первого велосипедиста расстояние между велосипедистами стало равно

$$40 - 10 = 30(\text{км})$$

поэтому велосипедисты встретятся через время

$$t = \frac{30}{10 + 15} = 1,2(\text{ч})$$

Таким образом, до момента встречи первый велосипедист будет находиться в пути 2,2 часа и проедет $10 \cdot 2,2 = 22(\text{км})$

Задача 1

Из двух городов, расстояние между которыми равно 250 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 50 км/ч и 75 км/ч?

Подсказка

Задача 2

Из городов А и В, расстояние между которыми равно 480 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля: из города А со скоростью 55 км/ч, а из города В – со скоростью 65 км/ч. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Подсказка



Задача 3

Из двух городов, расстояние между которыми равно 390 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если скорость второго равна 60 км/ч и автомобили встретились через 3 часа после выезда. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 4

Из городов A и B , расстояние между которыми равно 440 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 4 часа на расстоянии 260 км от города B . Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города A . Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 5

Расстояние между городами A и B равно 580 км. Из города A в город B со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?

Подсказка

Задача 6

Расстояние между городами A и B равно 380 км. Из города A в город B со скоростью 50 км/ч выехал автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Подсказка

Задача 7

Расстояние между городами A и B равно 440 км. Из города A в город B со скоростью 60 км/ч выехал автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города B выехал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля, если автомобили встретились через 2 часа после его выезда из города B . Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 8

Расстояние между городами A и B равно 436 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через 4 часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 56 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 324 км от города A . Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

2 Задачи на движение по прямой

⇒ Теория и пример решения



⇒ Лайфхак



Задача 1

Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Путь из A в B занял у туриста 5 часов, из которых 1 час ушёл на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 2

Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Пешеход прошёл путь из A в B за 2 часа 45 минут. Время его движения на спуске составило 1 час 15 минут. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 2 км/ч? Ответ выразите в км/ч.

Подсказка

Задача 3

Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 40 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 15 минут после обгона?

Подсказка

Задача 4

Города A , B и C соединены прямолинейным шоссе, причём город B расположен между городами A и C . Из города A в сторону города C выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города B в сторону города C выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 25 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами A и B равно 125 км?

Подсказка

Задача 5

Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 200 метрам?

Подсказка



Задача 6

Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 6 км от места отправления. Первый идёт со скоростью 4,5 км/ч, а второй — со скоростью 5,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. Сколько метров от опушки до места их встречи?

Подсказка

Задача 7

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 500 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 8

Из посёлка A в посёлок B , расстояние между которыми равно 20 км, выехал грузовик, а через 8 минут следом за ним выехал автобус, скорость которого на 5 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость автобуса, если в посёлок B он прибыл одновременно с грузовиком. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 9

Из города A в город B , расстояние между которыми равно 100 км, одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоциклиста на 30 км/ч больше скорости велосипедиста, и в B он приехал на 3 часа раньше, чем велосипедист. Найдите скорость велосипедиста. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 10

Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 11

Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка



Задача 12

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B , расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в A со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A . Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 13

Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 14

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 15

Автомобиль выехал с постоянной скоростью 75 км/ч из города A в город B , расстояние между которыми равно 275 км. Одновременно с ним из города C в город B , расстояние между которыми равно 255 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 50 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город B одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 16

Иван и Алексей договорились встретиться в Н-ске. Они едут к Н-ску разными дорогами. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 168 км от Н-ска и едет с постоянной скоростью 72 км/ч. Иван в момент звонка находится в 165 км от Н-ска и ещё должен по дороге сделать 30-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в Н-ск одновременно с Алексеем?

Подсказка

Задача 17

Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

Подсказка

⇒ **Решение задачи**



Задача 18

Расстояние между городами A и B равно 150 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он вернулся в A , автомобиль прибыл в B . Найдите расстояние от A до C . Ответ дайте в километрах.

Подсказка

⇒ **Решение задачи**



Задача 19

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 12 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

⇒ **Решение задачи**



3 Движение по окружности

⇒ Теория и пример решения



Задача 1

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, скорость второго равна 60 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдёт, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

Подсказка

Задача 2

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 3

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 20 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?

Подсказка

Задача 4

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 20 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а ещё через полчаса после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 24 км. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 5

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 6

Часы со стрелками показывают 9 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в третий раз поравняется с часовой?

Подсказка



Задача 7

Часы со стрелками показывают 3 часа 50 минут. Через сколько минут минутная стрелка в восьмой раз поравняется с часовой?

Подсказка

4 Движение по воде

⇒ Теория и пример решения



Задача 1

Моторная лодка прошла 48 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 7 часов. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x км/ч. Какое уравнение соответствует данному условию?

1) $\frac{48}{x+2} + \frac{48}{x-2} = 7$

2) $\frac{48}{x+2} + \frac{48}{x-2} = \frac{1}{7}$

3) $\frac{x+2}{48} + \frac{x-2}{48} = 7$

4) $\frac{x+2}{48} + \frac{x-2}{48} = \frac{1}{7}$

Подсказка

Задача 2

Баржа прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость баржи в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 3

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 14 часов после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Подсказка

Задача 4

Расстояние между пристанями A и B равно 48 км. Отчалив от пристани A в 9:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани B . После двухчасовой стоянки у пристани B теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в A в тот же день в 20:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка



Задача 5

Расстояние между пристанями A и B равно 60 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошёл 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 6

Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошёл 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 7

Баржа проплыла по течению реки 60 км и, повернув обратно, проплыла ещё 20 км, затратив на весь путь 7 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 8

Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 9

Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта A в пункт B , расположенный в 30 км от A . Пробыв в пункте B 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт A в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

Подсказка

Задача 10

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 11

От пристани A к пристани B , расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 12

Баржа в 10:00 вышла из пункта A в пункт B , расположенный в 15 км от A . Пробыв в пункте B 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт A в 16:00 того же дня. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Подсказка

Задача 13

Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B . На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость баржи на пути из A в B . Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 14

Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Подсказка

5 Средняя скорость

⇒ Теория и пример решения



Задача 1

Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 84 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 56 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 2

Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 56 км/ч, а вторую — со скоростью 84 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 3

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 25 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолёте со скоростью 475 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 4

Треть времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, вторую треть времени — со скоростью 75 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 85 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 5

Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 80 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 6

Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а затем три часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 7

Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 240 км — со скоростью 60 км/ч, а затем 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 8

Автомобиль проехал треть пути со скоростью 60 км/ч, а оставшееся расстояние — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка

Задача 9

Собственная скорость теплохода равна 25 км/ч, скорость течения реки равна 5 км/ч. Теплоход проплыл 6 часов по течению реки и 4 часа против течения. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Подсказка



Задача 10

Собственная скорость теплохода равна 20 км/ч , скорость течения реки равна 4 км/ч . Теплоход проплыл от одной пристани до другой и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч .

Подсказка

6 Движение протяжённых тел

⇒ Теория и пример решения



Задача 1

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч , проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Подсказка

Задача 2

Пешеход идёт параллельно железнодорожным путям со скоростью 6 км/ч . Навстречу ему движется равномерно поезд со скоростью 54 км/ч . Найдите длину поезда в метрах, если поезд проезжает мимо пешехода за 30 секунд.

Подсказка

Задача 3

Пешеход идёт параллельно железнодорожным путям со скоростью 5 км/ч . Его обгоняет поезд со скоростью 65 км/ч . Найдите длину поезда в метрах, если поезд проезжает мимо пешехода за 30 секунд.

Подсказка

Задача 4

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч , проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 800 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Подсказка

Задача 5

Пассажирский поезд едет со скоростью 60 км/ч , навстречу ему по параллельной колее едет товарный состав. Человек в купе пассажирского поезда засёк время, за которое товарный состав прошёл мимо него. Найдите длину товарного состава, если это время равно 20 секундам, а скорость товарного состава равна 30 км/ч . Ответ дайте в метрах.

Подсказка



Задача 6

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны 70 км/ч и 50 км/ч соответственно. Длина пассажирского поезда равна 600 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 30 секундам. Ответ дайте в метрах.

Подсказка

Задача 7

По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 1400 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.

Подсказка

Задача 8

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют две баржи: первая длиной 60 метров, вторая — длиной 40 метров. Сначала вторая баржа отстаёт от первой, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первой баржи до носа второй баржи составляет 200 метров. Через 18 минут после этого уже первая баржа отстаёт от второй так, что расстояние от кормы второй баржи до носа первой равно 300 метрам. На сколько километров в час скорость первой баржи меньше скорости второй?

Подсказка

Задача 9

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Подсказка

7 Задачи на работу

⇒ Теория и пример решения



Задача 1

Один мастер выполняет заказ за 3 часа, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Подсказка



Задача 2

Гоша и Лёша вскапывают грядку за 8 минут, а один Гоша — за 24 минуты. За сколько минут вскапывает грядку один Лёша?

Подсказка

Задача 3

Даша и Маша пропалывают грядку за 18 минут, а одна Маша — за 45 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Подсказка

Задача 4

Карлсон съедает банку варенья за 8 минут, фрекен Бок — за 12 минут, а Малыш — за 24 минуты. За сколько минут они съедят банку варенья втроём?

Подсказка

Задача 5

Винни-Пух съедает горшочек мёда за 3 минуты, Пятачок — за 8 минут, а ослик Иа — за 24 минуты. За сколько минут они съедят горшочек мёда втроём?

Подсказка

Задача 6

Игорь и Паша красят забор за 3 часа. Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь — за 4 часа. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроём? Ответ дайте в минутах.

Подсказка

⇒ **Решение задачи**

**Задача 7**

Маша и Настя вымоют окно за 12 минут. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 минут, а Маша и Лена — за 15 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроём?

Подсказка

Задача 8

Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Подсказка

Задача 9

Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Подсказка



Задача 10

Две трубы наполняют бассейн за 4 часа. Только одна первая труба наполняет бассейн за 5 часов. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?

Подсказка

Задача 11

Резервуар наполняется двумя насосами за 7,5 часов. Если включить только первый насос, то резервуар наполнится на 8 часов быстрее, чем при включении только второго насоса. За сколько часов заполняет резервуар второй насос?

Подсказка

Задача 12

Первый насос наполняет бак за 30 минут, второй — за 1 час 20 минут, а третий — за 4 часа. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Подсказка

Задача 13

Первый и второй насосы, работая вместе, наполняют бассейн за 6 часов. Вторым и третьим насосами, работая вместе, наполняют этот же бассейн за 12 часов, а первым и третьим насосами — за 8 часов. За какое время наполнят бассейн три насоса, работая одновременно? Ответ дайте в минутах.

Подсказка

Задача 14

Первая труба наполняет резервуар на 22 минуты дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за один час. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Подсказка

Задача 15

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации выполняет заказ за 12 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Подсказка

Задача 16

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Подсказка



Задача 17

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Подсказка

Задача 18

Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Подсказка

Задача 19

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Подсказка

⇒ **Решение задачи**



Задача 20

Два промышленных фильтра, работая одновременно, очищают цистерну воды за 30 минут. Определите, за сколько минут второй фильтр очистит цистерну воды, работая отдельно, если известно, что он сделает это на 25 минут быстрее, чем первый.

Подсказка

Задача 21

При двух одновременно работающих принтерах расход бумаги составляет 1 пачку за 12 минут. Определите, за сколько минут израсходует пачку бумаги первый принтер, если известно, что он сделает это на 10 минут быстрее, чем второй.

Подсказка

Задача 22

Писатель хочет набрать на компьютере рукопись объемом 300 страниц. Если он будет набирать на 5 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 3 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать на компьютере писатель?

Подсказка



Задача 23

Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

Подсказка

Задача 24

На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Подсказка

Задача 25

На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Подсказка

Задача 26

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

Подсказка

Задача 27

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

Подсказка

Задача 28

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Подсказка

Задача 29

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

Подсказка



Задача 30

Плиточник планирует уложить 175 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Подсказка

Задача 31

Первая труба пропускает на 10 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Ёмкость объёмом 3000 литров вторая труба заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба. Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} - 10$;

2) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} + 10$;

3) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} + 10$;

4) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} - 10$.

Подсказка

Задача 32

Первая труба пропускает на 12 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объёмом 160 литров она заполняет на 12 минут дольше, чем вторая труба?

Подсказка

Задача 33

Первая труба наполняет бак объёмом 770 литров, а вторая труба — бак объёмом 830 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 6 литров воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Подсказка

Задача 34

Из бассейна с помощью насоса откачали 30 кубометров воды, а затем вновь заполнили бассейн до прежнего уровня. На всё это потребовалось 8 часов. Известно, что при заполнении бассейна насос перекачивает в час на 4 кубометра воды меньше, чем при откачивании. Сколько часов ушло на заполнение бассейна?

Подсказка

Задача 35

В помощь садовому насосу, перекачивающему 7 литров воды за 4 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объём воды за 5 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 63 литра воды?

Подсказка



Задача 36

Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 6 вопросов теста, а Ваня — на 7. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Подсказка

Задача 37

Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

Подсказка

Задача 38

Вова и Гоша решают задачи. За час Вова может решить на две задачи больше, чем Гоша (при этом оба за час решают целое количество задач). Известно, что вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова. За какое время Гоша может решить 20 задач? Ответ дайте в часах.

Подсказка

8 Задачи на проценты и доли

⇒ Теория и пример решения

**Задача 1**

Цена на товар была повышена на 11% и составила 1443 рубля. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Подсказка

Задача 2

До снижения цен товар стоил 2700 рублей, а после снижения цен стал стоить 2322 рубля. На сколько процентов была снижена цена товара?

Подсказка

Задача 3

Стоимость покупки с учётом четырёхпроцентной скидки по дисконтной карте составила 1152 рубля. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Подсказка

Задача 4

Себестоимость микрочипа снизилась в 4 раза. На сколько процентов снизилась себестоимость?

Подсказка



Задача 5

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году в результате строительства новых домов число жителей выросло на 8%, а в 2010 году выросло на 9 % по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Подсказка

Задача 6

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4 % дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Подсказка

Задача 7

Четыре рубашки дешевле куртки на 8 %. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Подсказка

Задача 8

Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Подсказка

Задача 9

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если он был выставлен на продажу за 20000 рублей, а через два года был продан за 15842 рубля.

Подсказка

Задача 10

Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внёс 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внёс Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесённому в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли в 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Подсказка

Задача 11

Клиент А сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А и Б закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

Подсказка



9 Задачи на концентрацию, смеси, сплавы

⇒ Теория и пример решения



⇒ Примеры решения задач



Задача 1

В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Подсказка

Задача 2

Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Подсказка

Задача 3

Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Подсказка

Задача 4

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Подсказка

Задача 5

Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Подсказка



Задача 6

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Подсказка

Задача 7

Имеются два сосуда с растворами кислоты различной концентрации. Первый содержит 30 кг раствора, а второй — 20 кг раствора. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Подсказка

Задача 8

Имеется два сплава. Первый содержит 15% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 140 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Подсказка

Задача 9

Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма

Подсказка

⇒ **Решение задачи**



10 Подсказки

Движение навстречу

Задача 1

Первый автомобиль проезжает за час 75 км, второй автомобиль проезжает за час 50 км, тогда за 1 час расстояние между автомобилями сокращается на $75+50$ км, то есть 125 км, а им нужно проехать 250 км, следовательно, им понадобится 2 часа. Значит, они встретятся через 2 часа.

Задача 2

Первый автомобиль проезжает за час 55 км, второй автомобиль проезжает за час 65 км, тогда за 1 час расстояние между автомобилями сокращается на 120 км, следовательно, чтобы проехать 480 км, им нужно $\frac{480}{120} = 4$ часа. Соответственно, каждый автомобиль ехал 4 часа. Расстояние от города A до места, где они встретятся – это путь первого автомобиля, чтобы его найти, умножим 4 часа на скорость первого автомобиля.

Задача 3

Вариант 1:

Из двух городов выехали 2 автомобиля и встретились через 3 часа после выезда. У первого автомобиля скорость – 60 км/ч, значит за 3 часа он проехал 180 км, значит второй автомобилист проехал $390 - 180 = 210$ км. Если он проехал 210 км за 3 часа, то какова его скорость?

Вариант 2:

Автомобили встретились через 3 часа, проехав 390 км, значит за 1 час расстояние между автомобилями сокращается на 130 км. Если скорость первого автомобиля 60 км, то скорость второго автомобиля $130 - 60 = 70$ км/ч.

Задача 4

Вариант 1: Расстояние от места встречи до города B равно 260 км, значит расстояние от места встречи до города A равно $440 - 260 = 180$ км. Значит, первый автомобиль проехал 180 км за 4 часа, следовательно, за один час он проезжал $\frac{180}{4} = 45$ км/ч.

Вариант 2:

Расстояние от места встречи до города B – это путь второго автомобиля, значит второй автомобиль проехал 260 км за 4 часа, то есть его скорость $\frac{260}{4} = 65$ км/ч. Вместе они проехали 440 км за 4 часа, значит за час они проезжали $\frac{440}{4} = 110$ км. Второй автомобиль проезжал за час 65 км, таким образом, первый автомобиль проезжал за час $110 - 65 = 45$ км. Это и есть скорость первого автомобиля.

Задача 5

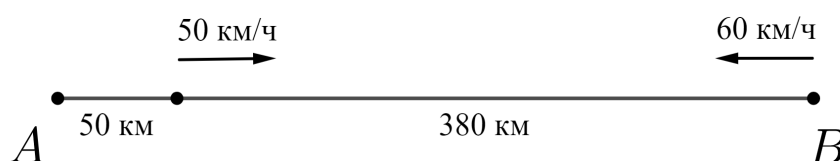
За первые 2 часа первый автомобиль проехал 160 км, значит через 2 часа после выезда положение автомобилей выглядит так:



Дальше задача решается как задача 1.

Задача 6

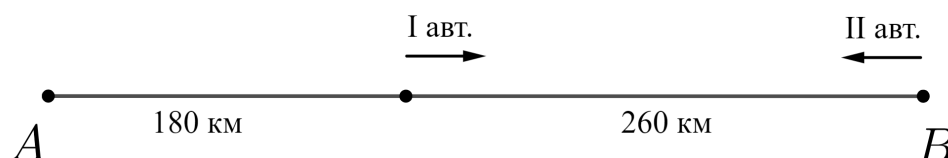
За первый час первый автомобиль проехал 50 км, значит через час после выезда положение автомобилей выглядит так:



Дальше задача решается как задача 2.

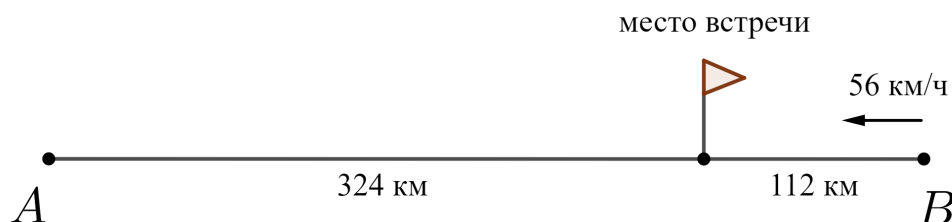
Задача 7

За 3 часа первый автомобиль проехал $3 \cdot 60 = 180$ км, значит через 3 часа после выезда положение автомобилей выглядит так:



Дальше задача решается как задача 3.

Задача 8



Второй автомобиль проехал 112 км со скоростью 56 км/ч, значит он ехал $\frac{112}{56} = 2$ часа, тогда первый автомобиль ехал $4 + 2 = 6$ часов, значит его путь 324 км, а время 6 часов. Теперь найдем его скорость.

Задачи на движение

Общее замечание:

Старайтесь обозначать за переменную ту величину, о которой вас спрашивают в задаче. Обычно это удобнее.

Задача 1

Пусть x км/ч – скорость на спуске, тогда скорость на подъеме $x - 3$, составим таблицу:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
спуск	x	1	
подъём	$x - 3$	$5 - 1$	

Нам известны скорость и время, путь равен скорость умноженная на время, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
спуск	x	1	x
подъём	$x - 3$	4	$4(x - 3)$

Мы знаем, что дорога, состоящая из спуска и подъема, равна 8 км, значит $x + 4(x - 3) = 8$.

Задача 2

Пусть x км/ч – скорость на спуске, тогда скорость на подъеме $x - 2$, составим таблицу:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
спуск	x	1,25	
подъём	$x - 2$	$2,75 - 1,25$	

Нам известны скорость и время, путь равен скорость умноженная на время, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
спуск	x	1,25	$1,25x$
подъём	$x - 2$	1,5	$1,5(x - 2)$

Мы знаем, что дорога, состоящая из спуска и подъема, равна 8 км, значит $1,25x + 1,5(x - 2) = 8$.



Задача 3

Вариант 1:

Первый автомобиль проедет за 15 минут $\frac{70}{4} = 17,5$ км, второй автомобиль проедет за 15 минут $\frac{40}{4} = 10$ км, тогда расстояние между этими автомобилями – это $17,5 - 10 = 7,5$ км.

Вариант 2:

За час первый автомобиль проезжает на $70 - 40 = 30$ км больше, чем второй. Если за час он проезжает на 30 км больше, то за 15 минут он проедет на $\frac{30}{4} = 7,5$ км больше.

Задача 4

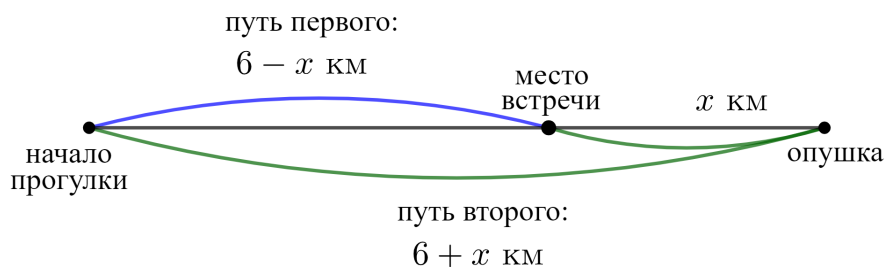
Чтобы легковой автомобиль догнал грузовой, он должен проехать на 125 км больше, чем грузовой. За час легковой автомобиль проезжает на 25 км больше, чем грузовой. Если за час он проезжает на 25 км больше, то на 125 км больше он проедет за 5 часов.

Задача 5

Чтобы первый пешеход догнал второго, он должен пройти на 200 метров больше. За час первый пешеход проходит на 1 км больше, чем второй. Если за час он проходит на 1 км больше, то на 200 метров больше он пройдет за 0,2 часа, то есть за 12 минут.

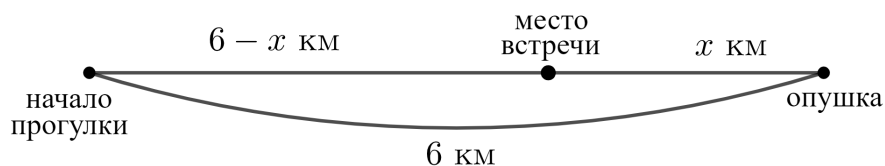
Задача 6

Вариант 1:



Пусть x км – расстояние от опушки до места встречи. За час первый пешеход проходит 4,5 км, а второй пешеход проходит 5,5 км, значит суммарно они за час проходят 10 км. Чтобы встретиться, им суммарно нужно пройти $(6 + x) + (6 - x) = 12$ км. Получается, что за час они проходят 10 км, нужно пройти 12 км, значит время, которое им нужно – это $\frac{12}{10}$ часа = 1,2 часа. Тогда путь, который пройдет первый – это $S = 1,2 \cdot 4,5$.

Вариант 2:



Пусть x км – расстояние от опушки до места встречи, тогда



	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый человек	4,5		$6 - x$
второй человек	5,5		$6 + x$

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый человек	4,5	$\frac{6-x}{4,5}$	$6 - x$
второй человек	5,5	$\frac{6+x}{5,5}$	$6 + x$

Мы знаем, что шли они одинаковое количество времени, значит

$$\frac{6-x}{4,5} = \frac{6+x}{5,5}.$$

Задача 7

Если товарный поезд проезжает на 500 метров в минуту меньше, то за час он проезжает на $500 \cdot 60 = 30000$ метров меньше, значит, его скорость на 30 км/ч меньше.

Пусть x км/ч – скорость товарного поезда, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
товарный	x		120
скорый	$x + 30$		120

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
товарный	x	$\frac{120}{x}$	120
скорый	$x + 30$	$\frac{120}{x+30}$	120

Мы знаем, что товарный поезд тратит на 2 часа больше времени, чем скорый, значит время товарного поезда на 2 часа больше времени скорого, следовательно, время товарного минус время скорого это 2 часа:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+30} = 2.$$



Задача 8

Пусть x км/ч – скорость автобуса, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
автобус	x		20
грузовик	$x - 5$		20

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
автобус	x	$\frac{20}{x}$	20
грузовик	$x - 5$	$\frac{20}{x-5}$	20

Заметим, что путь измеряется в километрах, скорость измеряется в километрах в час, значит в нашем уравнении время будет измеряться в часах. Нам дано время в минутах, значит мы должны минуты перевести в часы: 8 минут это $\frac{8}{60}$ часа или $\frac{2}{15}$ часа.

Мы знаем, что автобус выехал через $\frac{2}{15}$ часа (8 минут) после грузовика. Они приехали одновременно, значит время автобуса на $\frac{2}{15}$ меньше времени грузовика, следовательно, время грузовика минус время автобуса это $\frac{2}{15}$ часа:

$$\frac{20}{x-5} - \frac{20}{x} = \frac{2}{15}.$$

Задача 9

Пусть x км/ч – скорость велосипедиста, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
велосипедист	x		100
мотоциклист	$x + 30$		100

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
велосипедист	x	$\frac{100}{x}$	100
мотоциклист	$x + 30$	$\frac{100}{x+30}$	100



Мы знаем, что мотоциклист приехал на 3 часа раньше, чем велосипедист, значит время мотоциклиста на 3 часа меньше времени велосипедиста, следовательно, время велосипедиста минус время мотоциклиста это 3 часа:

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x+30} = 3.$$

Задача 10

Пусть S – путь в одну сторону.

Пусть x км/ч – скорость первого автомобиля, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый автомобилист	x		S
второй автомобилист 1 половина	24		$\frac{S}{2}$
второй автомобилист 2 половина	$x+16$		$\frac{S}{2}$

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый автомобилист	x	$\frac{S}{x}$	S
второй автомобилист 1 половина	24	$\frac{\frac{S}{2}}{24}$	$\frac{S}{2}$
второй автомобилист 2 половина	$x+16$	$\frac{\frac{S}{2}}{x+16}$	$\frac{S}{2}$

$$\frac{S}{x} = \frac{\frac{S}{2}}{24} + \frac{\frac{S}{2}}{x+16}$$

Так как обе части уравнения содержат S , и S не может быть равно 0, мы можем упростить уравнение, поделив обе части на S , тогда получаем:

$$\frac{1}{x} = \frac{\frac{1}{2}}{24} + \frac{\frac{1}{2}}{x+16}$$

Задача 11

Пусть S – путь в одну сторону.

Пусть x км/ч – скорость первого автомобиля, тогда



	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый автомобиль	x		S
второй автомобиль 1 половина	$x - 13$		$\frac{S}{2}$
второй автомобиль 2 половина	78		$\frac{S}{2}$

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый автомобиль	x	$\frac{S}{x}$	S
второй автомобиль 1 половина	$x - 13$	$\frac{\frac{S}{2}}{x - 13}$	$\frac{S}{2}$
второй автомобиль 2 половина	78	$\frac{\frac{S}{2}}{78}$	$\frac{S}{2}$

$$\frac{S}{x} = \frac{\frac{S}{2}}{x - 13} + \frac{\frac{S}{2}}{78}$$

Так как обе части уравнения содержат S , и S не может быть равно 0, мы можем упростить уравнение, поделив обе части на S , тогда получаем:

$$\frac{1}{x} = \frac{\frac{1}{2}}{x - 13} + \frac{\frac{1}{2}}{78}$$

Задача 12

Пусть x км/ч – скорость велосипедиста на пути из B в A , тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
из A в B	$x - 3$		70
из B в A	x		70

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
из A в B	$x - 3$	$\frac{70}{x - 3}$	70
из B в A	x	$\frac{70}{x}$	70



Мы знаем, что велосипедист на пути из B в A сделал остановку на 3 часа, значит время из B в A на 3 часа меньше времени из A в B , следовательно, время из A в B минус время из B в A это 3 часа:

$$\frac{70}{x-3} - \frac{70}{x} = 3.$$

Задача 13

Пусть x км/ч – скорость первого велосипедиста, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый вел.	x		240
второй вел.	$x - 1$		240

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый вел.	x	$\frac{240}{x}$	240
второй вел.	$x - 1$	$\frac{240}{x-1}$	240

Мы знаем, что первый велосипедист приехал к финишу на 1 час раньше второго, значит его время на 1 час меньше времени второго, следовательно, время второго минус время первого это 1 час:

$$\frac{240}{x-1} - \frac{240}{x} = 1.$$

Задача 14

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 м меньше, чем скорый. Значит, товарный поезд каждый час проезжает на $750 \cdot 60 = 45000$ м меньше, чем скорый. Тогда товарный поезд каждый час проезжает на 45 км меньше, чем скорый. Значит, скорость скорого поезда больше скорости товарного на 45 км/ч. Далее мы решаем задачу с помощью таблицы.

Пусть x км/ч – скорость товарного поезда, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
товарный	x		180
скорый	$x + 45$		180

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:



	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
товарный	x	$\frac{180}{x}$	180
скорый	$x + 45$	$\frac{180}{x+45}$	180

Мы знаем, что товарный поезд тратит на 2 часа больше, чем скорый, значит его время на 2 часа больше времени скорого, следовательно, время товарного поезда минус время скорого поезда это 2 часа:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+45} = 2.$$

Задача 15

Пусть x км/ч – скорость мотоциклиста, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
автомобилист	75		275
мотоциклист	x		255

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
автомобилист	75	$\frac{275}{75}$	275
мотоциклист	x	$\frac{255}{x}$	255

Мы знаем, что мотоциклист совершил 50 минутную остановку, то есть время мотоциклиста на $\frac{5}{6}$ часа (50 минут) меньше времени автомобилиста, следовательно, время автомобилиста минус время мотоциклиста это $\frac{5}{6}$ часа:

$$\frac{275}{75} - \frac{255}{x} = \frac{5}{6}.$$

Задача 16

Пусть x км/ч – скорость Ивана, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
Иван	x		165
Алексей	72		168



Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
Иван	x	$\frac{165}{x}$	165
Алексей	72	$\frac{168}{72}$	168

Мы знаем, что Иван совершил 30 минутную остановку, то есть время Ивана на $\frac{1}{2}$ часа (30 минут) меньше времени Алексея, следовательно, время Алексея минус время Ивана это $\frac{1}{2}$ часа:

$$\frac{168}{72} - \frac{165}{x} = \frac{1}{2}.$$

Задача 17

Вариант 1: Пусть t ч – время, за которое велосипедист проезжает из A в B , тогда за 1 час он проезжает $\frac{1}{t}$ – часть пути.

Действительно, если, например, весь путь из A в B он проезжает за 3 часа, за 1 час он проезжает $\frac{1}{3}$ часть пути).

Мотоциклист проехал весь путь из A в B за $t - 3$ часа. Тогда мотоциклист проезжал в час $\frac{1}{t-3}$ пути. Значит за $\frac{48}{60}$ часа (48 минут) они проедут $\frac{48}{60} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t-3} \right)$ часть пути.

Эта часть пути – целый путь, то есть 1, поэтому $\frac{48}{60} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t-3} \right) = 1$.

Вариант 2: Возьмём за 1 – весь путь.

$$48_{\text{мин}} = \frac{48}{60} \text{ ч} = \frac{4}{5} \text{ ч}$$

	v (части/ч)	t (ч)	S (части)
М	$\frac{1}{t}$	t	1
В	$\frac{1}{t+3}$	$t+3$	1
М + В	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{5}$	1

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t+3} = \frac{5}{4}$$

Выразим отсюда t :

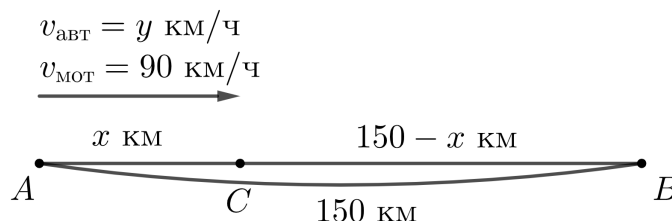
$$(t+3) \cdot 4 + 4t = 5t \cdot (t+3) \Leftrightarrow 4t + 12 + 4t - 5t^2 - 15t = 0 \Leftrightarrow 5t^2 + 7t - 12 = 0$$



Задача 18

Вариант 1:

Пусть y км/ч – скорость автомобиля, а x км – это путь из A в C . Тогда путь из C в B равен $150 - x$ км.



Рассмотрим момент, когда автомобилист и мотоциклист встретились в пункте C :

Автомобилист приехал в пункт C за время $t_{\text{авт}} = \frac{x}{y}$. Мотоциклист приехал в C за время

$t_{\text{мот}} = \frac{x}{90}$. Мотоциклист выехал на 30 минут позже, то есть на $\frac{1}{2}$ часа позже. Тогда

$$t_{\text{авт}} - t_{\text{мот}} = \frac{1}{2}. \text{ Таким образом, } \frac{x}{y} - \frac{x}{90} = \frac{1}{2}.$$

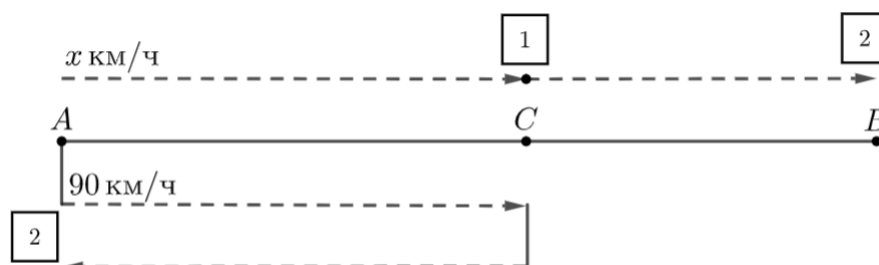
Рассмотрим момент, когда автомобилист и мотоциклист одновременно вернулись из пункта C в исходные пункты:

Из пункта C мотоциклист доехал до пункта A за время $\frac{x}{90}$. Автомобилист доехал из пункта C до пункта B за время $\frac{150 - x}{y}$. Так как они приехали одновременно, время автомобилиста равно времени мотоциклиста, значит $\frac{x}{90} = \frac{150 - x}{y}$.

Получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{x}{90} = \frac{1}{2} \\ \frac{x}{90} = \frac{150 - x}{y} \end{cases}$$

Вариант 2:



y ч - время мотоциклиста от A до C .

$$\left(y + \frac{1}{2}\right) \text{ ч} = \frac{2y + 1}{2} \text{ ч} - \text{время автомобиля от } A \text{ до } C.$$

Опишем положение 1:

$$x \cdot \frac{2y + 1}{2} = 90y \Leftrightarrow x = \frac{180y}{2y + 1} \quad (1)$$

$2y$ ч - всё время мотоцикла.

$\left(2y + \frac{1}{2}\right)$ ч = $\frac{4y + 1}{2}$ ч - всё время автомобиля.

Опишем положение 2:

$$x \cdot \frac{4y + 1}{2} = 150 \Leftrightarrow x = \frac{300}{4y + 1} \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2):

$$\frac{180y}{2y + 1} = \frac{300}{4y + 1}$$

Поделим на 60:

$$\frac{3y}{2y + 1} = \frac{5}{4y + 1}$$

$$12y^2 + 3y - 10y - 5 = 0$$

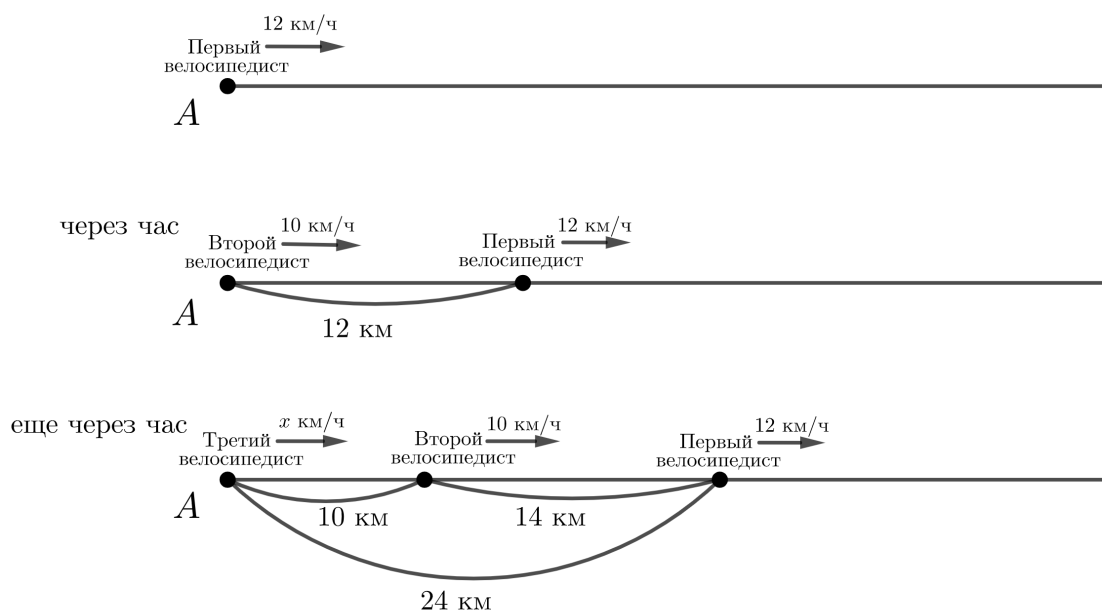
$$12y^2 - 7y - 5 = 0$$

$$y_1 = 1 \quad y_2 = -\frac{5}{12}$$

$$90 \cdot 1 = 90 \text{ (км)}$$

Ответ: 90 км.

Задача 19



Обозначим за x км/ч скорость третьего велосипедиста. Обозначим время, за которое третий велосипедист догнал второго велосипедиста, за t ч. Тогда путь второго велосипедиста равен $10(t + 1)$, а третьего xt . К моменту встречи они проехали

одинаковые пути, поэтому $10(t + 1) = xt$. Еще мы знаем, что третий велосипедист догнал первого за время $t + 2$. К моменту встречи они проехали одинаковые пути, поэтому $12(t + 4) = x(t + 2)$. Получаем систему:

$$\begin{cases} 10(t + 1) = xt \\ 12(t + 4) = x(t + 2) \end{cases}$$

Выразим t из верхнего уравнения: $xt - 10t = 10 \Leftrightarrow t(x - 10) = 10 \Leftrightarrow t = \frac{10}{x - 10}$.

Подставим t в нижнее уравнение: $12(\frac{10}{x - 10} + 4) = x(\frac{10}{x - 10} + 2)$.

Движение по окружности

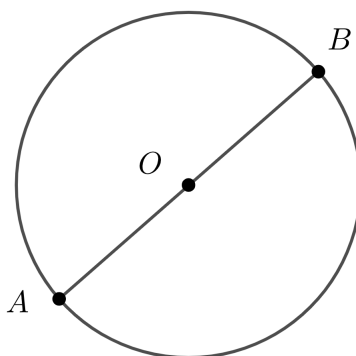
Задача 1

Для того, чтобы первый автомобиль обгонял второй на круг, он должен проехать на 15 км больше. За 1 час первый автомобиль проезжает больше второго на 20 км, значит за 30 минут он проезжает на 10 км больше, значит за 15 минут он проезжает на 5 км больше, а нужно на 15 км больше, значит нужно 3 раза по 15 минут, то есть нужно 45 минут.

Задача 2

Первый автомобиль через 40 минут опережал второй на круг, то есть он проехал на 10 км больше, значит за 20 минут он проехал на 5 км больше, значит за 1 час он проехал на 15 км больше. За час он проезжает 90 км, значит второй за час проезжает 75 км.

Задача 3



A и B — диаметрально противоположные точки

Если два мотоциклиста стартуют из диаметрально противоположных точек, значит расстояние между ними 10 км. Чтобы один догнал второго ему нужно проехать на 10 км больше. За час один проезжает на 12 км больше другого, значит за полчаса он проезжает на 6 км больше другого, значит за 10 минут он проезжает на 2 км больше другого. Соответственно, ему нужно проехать на 10 км больше (5 раз по 2 км), то есть ему нужно $10 \cdot 5 = 50$ минут.

Задача 4

Мотоциклист догнал велосипедиста за 10 минут. К этому моменту мотоциклист ехал 10 минут, а велосипедист 30 минут. Если велосипедист проезжает за 30 минут столько же, сколько мотоциклист за 10 минут, это означает, что мотоциклист в 3 раза быстрее (ему на тот же путь нужно в 3 раза меньше времени, значит его скорость в 3 раза больше). Итак, мотоциклист в 3 раза быстрее, еще мы знаем, что через 30 минут он догнал его во второй раз, то есть за 30 минут он проезжает на 1 круг больше, следовательно, за 30 минут он проезжает на 24 км больше, это означает, что за час он проезжает на 48 км больше, то есть $v_{\text{мот}} - v_{\text{вел}} = 48$ км/ч. При этом скорость мотоциклиста в 3 раза больше, то есть $v_{\text{мот}} = 3 \cdot v_{\text{вел}}$, получаем систему

$$\begin{cases} v_{\text{мот}} - v_{\text{вел}} = 48, \\ v_{\text{мот}} = 3 \cdot v_{\text{вел}} \end{cases}$$

из которой находим $v_{\text{мот}}$.

Задача 5

Им предстоит проехать 60 кругов по 3 км, то есть по 180 км. Мы знаем, что второй обгоняет первого на круг за 15 минут, то есть за 15 минут проходит на 3 км больше, значит за час он проходит на 12 км больше, то есть его скорость больше на 12 км/ч.

Пусть x км/ч – скорость второго гонщика, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый	$x + 12$		180
второй	x		180

 $\Rightarrow$

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый	$x + 12$	$\frac{180}{x+12}$	180
второй	x	$\frac{180}{x}$	180

Мы знаем, что первый пришел раньше второго на $\frac{1}{6}$ часа (10 минут), значит первый затратил на $\frac{1}{6}$ часа меньше, чем второй, следовательно, время второго минус время первого это $\frac{1}{6}$ часа:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+12} = \frac{1}{6}.$$

Задача 6

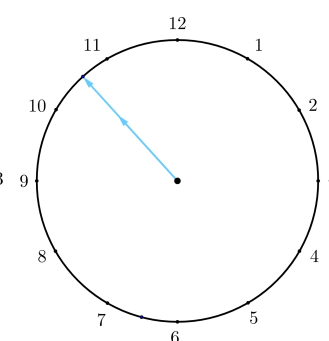
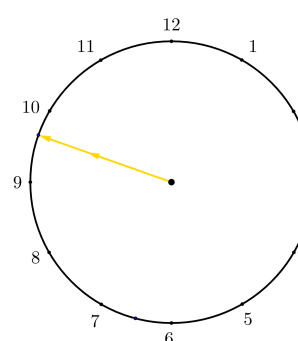
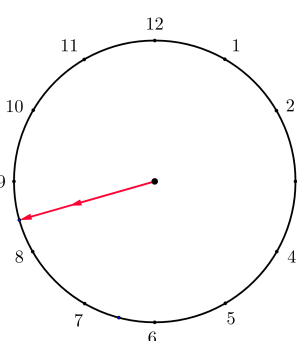
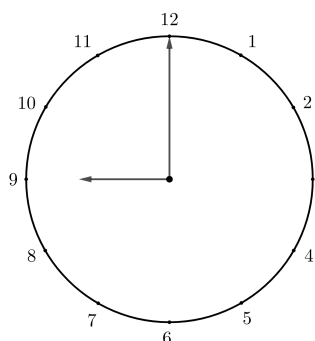
Вариант 1:

Изначальное
положение стрелок

В первый раз между
9:45-9:50

Во второй раз между
10:50-10:55

А в третий раз в
12:00



Вариант 2:

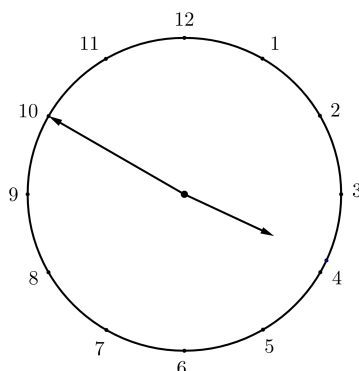
Цифры разбивают циферблат часов на 12 частей. Заметим, что за 1 час часовая стрелка проходит ровно одну часть, а минутная стрелка за 1 час проходит 12 частей. В 9:00 минутная стрелка отстает от часовой на 9 делений (так как минутная стрелка быстрее, именно она будет догонять часовую). Чтобы минутной стрелки догнать часовую в первый раз, ей надо пройти на 9 делений больше, чем часовой. Чтобы догнать второй раз минутной стрелке нужно пройти на 12 делений больше, чем часовой (то есть минутной нужно пройти такой же путь, как и часовой, и плюс дополнительный круг). Чтобы догнать третий раз минутной стрелке также нужно пройти на 12 делений больше часовой. Таким образом, чтобы обогнать часовую стрелку 3 раза, минутной стрелке нужно пройти на $9 + 12 + 12 = 33$ части больше. Раз за час она проходит на 11 делений больше, значит 33 деления она пройдет за 3 часа.

Другие варианты решения можно найти в подсказке к задаче 7.

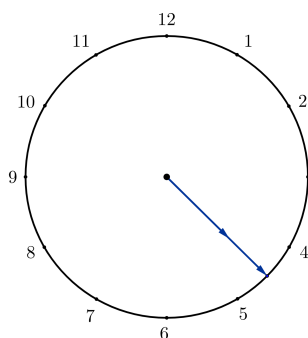
Задача 7

Вариант 1:

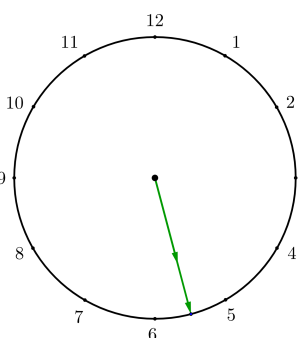
Изначальное положение стрелок



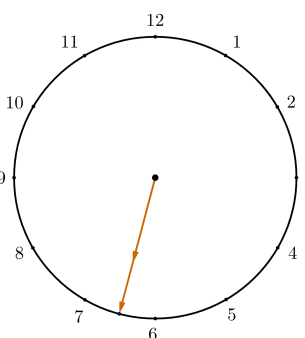
В первый раз
стрелки пересекутся
примерно между
4:20-4:25



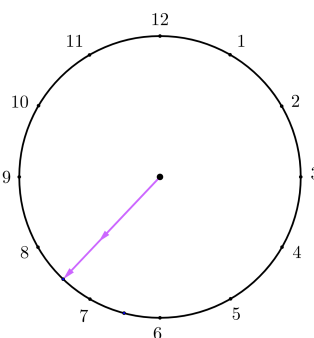
Во второй раз между
5:25-5:30



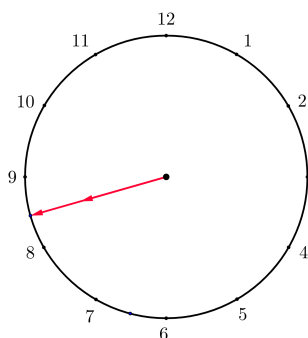
В третий раз между
6:30-6:35



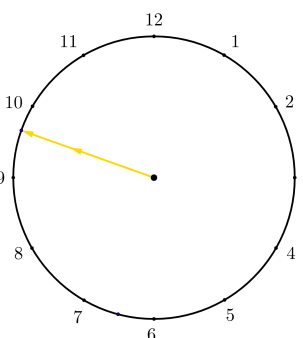
В четвертый раз
между 7:35-7:40



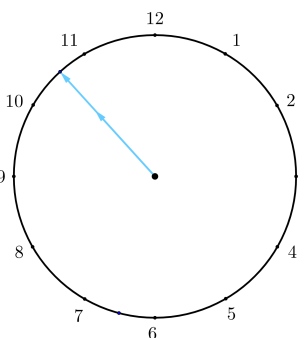
В пятый раз между
8:40-8:45



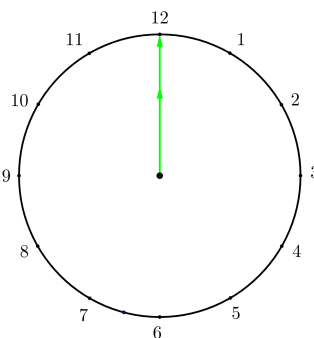
В шестой раз между
9:45-9:50



В седьмой раз между
10:50-10:55



А в восьмой раз в
12:00



Тогда, получается, что было 3:50, стало 12:00, значит прошло 8 часов 10 минут, то есть 490 минут.

Вариант 2:

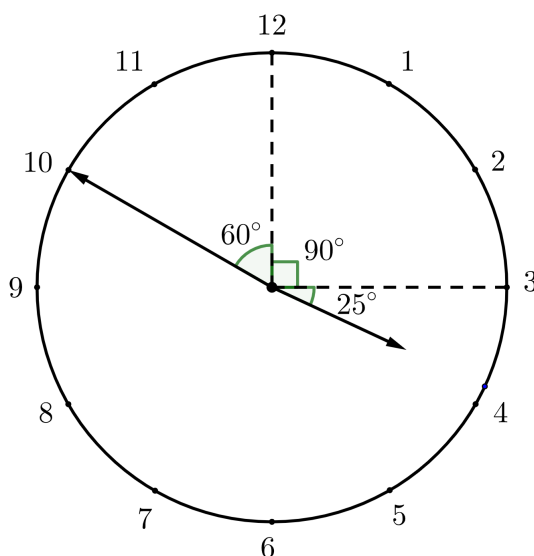
Сколько раз в течении 12 часов минутная стрелка обгоняет часовую? Если не считать стартовый момент, а сказать, что две стрелки вышли в 12:00, то сколько раз за час минутная обгонит часовую. Ответ будет 11, потому что часовая пройдет один оборот, а минутная 12 оборотов. Значит, она пройдет на 11 оборотов больше и будет 11 обгонов. А в данной задаче на момент 3:50 прошло уже 3 обгона, следовательно, нужно еще 8 обгонов, а значит это и будут те 11 обгонов, которые происходят за 12 часов, то есть последний, 8 обгон, случится в 12 часов.

Вариант 3:

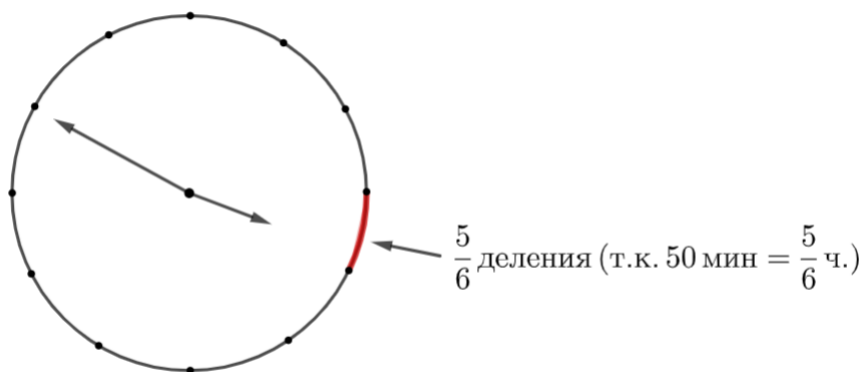
Будем измерять путь в градусах. Когда стрелка совершает полный оборот – это 360° . Теперь давайте поймем, что минутная стрелка за 1 час проходит один оборот, то есть 360° , это значит, что за 1 минуту она проходит $\frac{360^\circ}{60}$, то есть 6° . Часовая стрелка проходит один оборот за 12 часов, значит за 1 час она проходит $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$, значит за 1 минуту она проходит $\frac{30^\circ}{60} = 0,5^\circ$. Давайте с вами поймем, что круг – это 360° с 12 различными делениями, то градусная мера угла между делениями равна 30° .

Теперь найдем, какой изначально угол был между стрелками в 3 часа 50 минут. Между стрелками было 175° , так как между делением в 10 часов и делением в 12 часов – 60° , между делением в 12 часов и делением в 3 часа – 90° и еще часовая стрелка успела пройти за 50 минут $\frac{5}{6}$ от 3 часов, а $\frac{5}{6}$ от 30° – это 25° . Итого получили $60^\circ + 90^\circ + 25^\circ = 175^\circ$.

Теперь, чтобы минутная стрелка догнала часовую и еще 8 раз обошла, она должна пройти больше часовой на $175^\circ + 360^\circ \cdot 7$. Пусть 8-ой обгон случился через время t . Минутная стрелка за время t пройдет $6t$ градусов, а часовая за время t пройдет $\frac{1}{2}t$ градусов. Получаем уравнение: $6t - \frac{1}{2}t = 175^\circ + 360^\circ \cdot 7$, тогда $\frac{11}{2}t = 2695$, тогда $\frac{t}{2} = 245$, значит $t = 490$.



Вариант 4:



v часовой стрелки = 1 делений/час.

v минутной стрелки = 12 делений/час.

$S_0 = 5 + \frac{5}{6} = 5\frac{5}{6}$ деления - расстояние между минутной и часовой стрелкой в начальный момент времени.

Чтобы минутная стрелка в 8-ой раз обошла часовую стрелку, нужно, чтобы она прошла на 7 полных оборотов больше $+S_0$.

	v (дел/ч)	t (ч)	S (дел)
М	12		$x + 7 \cdot 12 + 5\frac{5}{6} = x + 89\frac{5}{6}$
Ч	1		x

Нам известны путь и скорость, время равно путь делённое на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (дел/ч)	t (ч)	S (дел)
М	12	$\frac{x + 89\frac{5}{6}}{12}$	$x + 7 \cdot 12 + 5\frac{5}{6} = x + 89\frac{5}{6}$
Ч	1	$\frac{x}{1}$	x

$$x = \frac{x + 89\frac{5}{6}}{12} \Leftrightarrow 11x = \frac{539}{6} \Leftrightarrow x = \frac{49}{6} \text{ ч}$$

$$\frac{49}{6} \text{ ч} = \frac{49}{6} \cdot 60 \text{ мин.} = 490 \text{ мин.}$$

Движение по воде

Задача 1

Пусть x км/ч – скорость лодки в неподвижной воде, тогда $x + 2$ км/ч – скорость по течению, а $x - 2$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 2$		48
против течения	$x - 2$		48

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 2$	$\frac{48}{x+2}$	48
против течения	$x - 2$	$\frac{48}{x-2}$	48

Мы знаем, что на путь туда и обратно лодка потратила 7 часов, следовательно, сумма времени туда и времени обратно 7 часов, значит $\frac{48}{x+2} + \frac{48}{x-2} = 7$.



Задача 2

Пусть x км/ч – скорость баржи в неподвижной воде, тогда $x + 2$ км/ч – скорость по течению, а $x - 2$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 2$		24
против течения	$x - 2$		24

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 2$	$\frac{24}{x+2}$	24
против течения	$x - 2$	$\frac{24}{x-2}$	24

Мы знаем, что на обратный путь баржа затратила на 3 часа меньше, чем на путь туда, значит время на путь по течению на 3 часа меньше времени на путь против течения, следовательно, время против течения минус время по течению это 3 часа:

$$\frac{24}{x-2} - \frac{24}{x+2} = 3.$$

Задача 3

Пусть $2S$ км – весь путь теплохода, тогда

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$20 + 4$		S
против течения	$20 - 4$		S

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$20 + 4$	$\frac{S}{24}$	S
против течения	$20 - 4$	$\frac{S}{16}$	S



Мы знаем, что теплоход вернулся в исходный пункт через 14 часов после отплытия, а стоянка длилась 4 часа, то есть в пути он был 10 часов, значит время туда плюс время обратно это 10 часов: $\frac{S}{24} + \frac{S}{16} = 10$.

Задача 4

Пусть x км/ч – скорость теплохода в неподвижной воде, тогда $x + 4$ км/ч – скорость по течению, а $x - 4$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 4$		48
против течения	$x - 4$		48

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 4$	$\frac{48}{x+4}$	48
против течения	$x - 4$	$\frac{48}{x-4}$	48

Мы знаем, что теплоход отплыл в 9:00, вернулся в исходный пункт в 20:00 часов, а стоянка длилась 2 часа, то есть в пути он был $11 - 2$, то есть 9 часов, значит время туда плюс время обратно это 9 часов: $\frac{48}{x+4} + \frac{48}{x-4} = 9$.

Задача 5

Плот плывет за счет течения, следовательно, скорость плота 4 км/ч, время плота $\frac{36}{4} = 9$ часов. Так как лодка выплыла на 1 час позже, чем плот, то всего лодка плавала $9 - 1 = 8$ часов.

Пусть x км/ч – скорость лодки в неподвижной воде, тогда $x + 4$ км/ч – скорость по течению, а $x - 4$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
лодка туда	$x + 4$		60
лодка обратно	$x - 4$		60

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:



	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
лодка туда	$x + 4$	$\frac{60}{x+4}$	60
лодка обратно	$x - 4$	$\frac{60}{x-4}$	60

Лодка была в пути 8 часов, значит время туда плюс время обратно это 8 часов:

$$\frac{60}{x+4} + \frac{60}{x-4} = 8.$$

Задача 6

Плот плывет за счет течения, следовательно, скорость плота 4 км/ч, время плота $\frac{24}{2} = 12$ часов. Так как яхта выплыла на 1 час позже, чем плот, то всего лодка плавала $12 - 1 = 11$ часов.

Пусть x км/ч – скорость яхты в неподвижной воде, тогда $x + 2$ км/ч – скорость по течению, а $x - 2$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
яхта туда	$x + 2$		120
яхта обратно	$x - 2$		120

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
лодка туда	$x + 2$	$\frac{120}{x+2}$	120
лодка обратно	$x - 2$	$\frac{120}{x-2}$	120

Яхта была в пути 11 часов, значит время туда плюс время обратно это 11 часов:

$$\frac{120}{x+2} + \frac{120}{x-2} = 11.$$

Задача 7

Пусть x км/ч – скорость баржи в неподвижной воде, тогда $x + 1$ км/ч – скорость по течению, а $x - 1$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 1$		60
против течения	$x - 1$		20

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 1$	$\frac{60}{x+1}$	60
против течения	$x - 1$	$\frac{60}{x-1}$	20

Мы знаем, что на весь путь баржа затратила 7 часов, значит время туда плюс время обратно это 7 часов: $\frac{60}{x+1} + \frac{20}{x-1} = 7$.

Задача 8

Пусть x км/ч – скорость течения, тогда $11 + x$ км/ч – скорость по течению, а $11 - x$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$11 + x$		112
против течения	$11 - x$		112

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$11 + x$	$\frac{112}{11+x}$	112
против течения	$11 - x$	$\frac{112}{11-x}$	112

Мы знаем, что на путь по течению реки моторная лодка затратила на 6 часов меньше, чем на путь против течения, значит время против течения минус время по течению это 6 часов: $\frac{112}{11-x} - \frac{112}{11+x} = 6$.

Задача 9

Пусть x км/ч – скорость лодки в неподвижной воде, тогда $x + 1$ км/ч – скорость по течению, а $x - 1$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 1$		30
против течения	$x - 1$		30



Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 1$	$\frac{30}{x+1}$	30
против течения	$x - 1$	$\frac{30}{x-1}$	30

Мы знаем, что лодка отплыла в 10:00, вернулась в исходный пункт в 18:00 часов и стоянка длилась 2,5 часа, то в пути она была $8 - 2,5 = 5,5$ часов, значит время туда плюс время обратно это 5,5 часов: $\frac{30}{x+1} + \frac{30}{x-1} = 5,5$.

Задача 10

Пусть x км/ч – скорость течения реки, тогда $15 + x$ км/ч – скорость по течению, а $15 - x$ км/ч – скорость против течения

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$15 + x$		200
против течения	$15 - x$		200

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$15 + x$	$\frac{200}{15+x}$	200
против течения	$15 - x$	$\frac{200}{15-x}$	200

Мы знаем, что на весь путь теплоход затратил 40 часов и стоянка длилась 10 часов, то в пути она была $40 - 10 = 30$ часов, значит время туда плюс время обратно это 30 часов: $\frac{200}{15-x} + \frac{200}{15+x} = 30$.

Задача 11

Пусть x км/ч – скорость первого теплохода, тогда $x + 1$ км/ч – скорость второго теплохода

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
первый теплоход	x		420
второй теплоход	$x + 1$		420



Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

</

Нам известны путь и скорость, время равно путь деленный на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

Средняя скорость

Задача 1

Пусть t

Задача 4

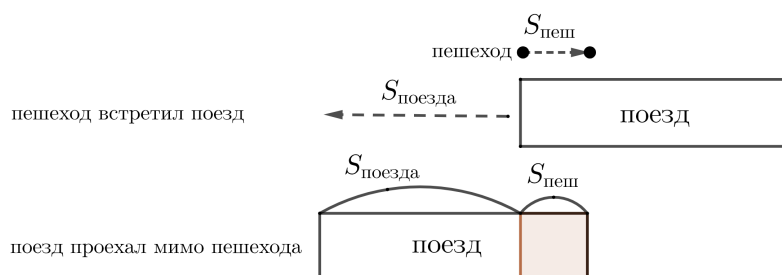
Пусть t – это время, затраченное на дорогу.

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{весь}}}{t_{\text{все}}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3$$

Задача 10

Пусть S – длина пути от одной пристани к другой, тогда

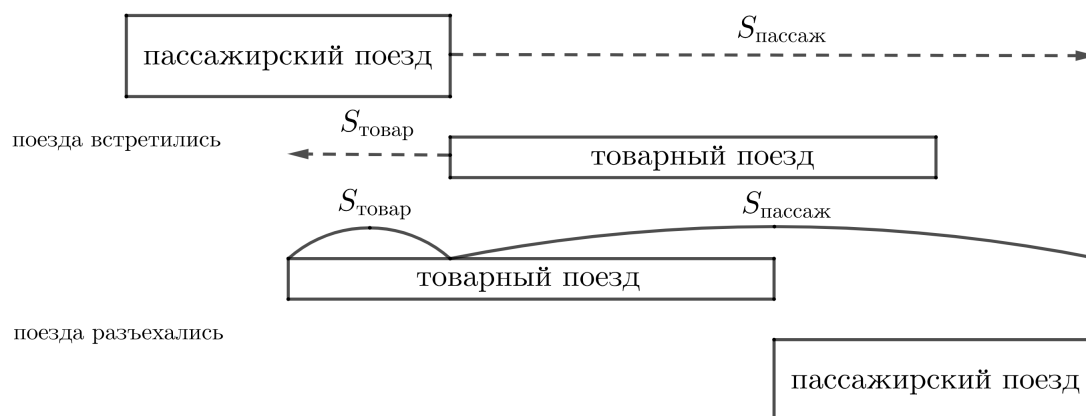
Вариант 3:



Задача 5

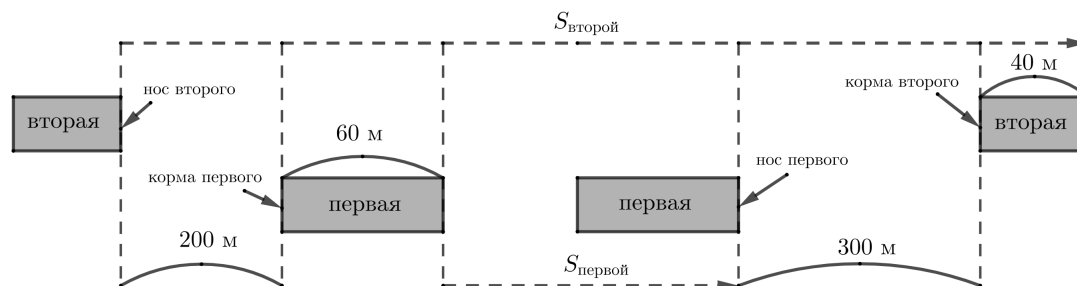
Вариант 1:

Задача 7



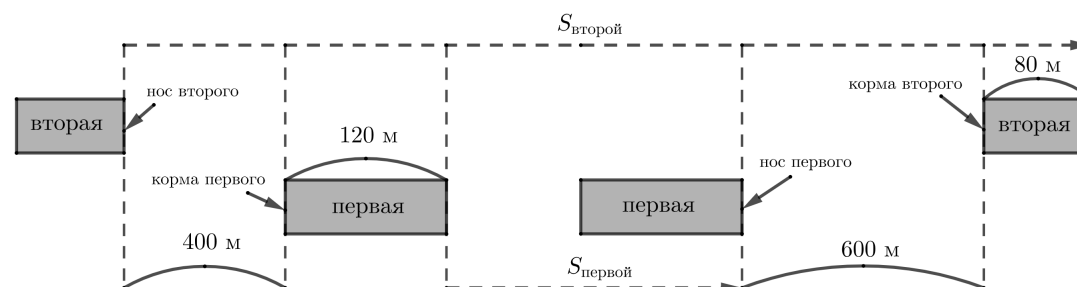
Из схемы видно, что путь пассажирского поезда плюс путь товарного поезда – это сумма длин пассажирского и товарного поездов: $S_{\text{товар}} + S_{\text{пассаж}} = L_{\text{товар}} + L_{\text{пассаж}}$, где $L_{\text{товар}}$ – это длина товарного поезда, а $L_{\text{пассаж}}$ – это длина пассажирского поезда.

Задача 8



Из схемы видно, что путь второй баржи на $200 + 60 + 300 + 40 = 600$ метров больше, чем путь первой баржи. Поэтому вторая баржа проходит на 600 метров больше, чем первая за 18 минут. А значит вторая баржа проходит больше первой на 200 метров за 6 минут. Тогда, вторая баржа проходит больше первой на 2000 метров за 60 минут, следовательно, она проходит на 2 км больше за час. То есть скорость второй баржи больше скорости первой на 2 км/ч.

Задача 9



Из схемы видно, что путь второго сухогруза на $400 + 120 + 600 + 80 = 1200$ метров больше, чем путь первого сухогруза. Поэтому второй сухогруз проходит на 1200 метров больше, чем первый за 12 минут. А значит второй сухогруз проходит больше первого на 600 метров за 6 минут. Тогда, второй сухогруз проходит больше первого на 6000 метров за 60 минут, следовательно, он проходит на 6 км больше за час. То есть скорость второго сухогруза больше скорости первого на 6 км/ч.

Задачи на работу

Задача 1

Вариант 1:

Первый мастер выполняет заказ за 3 часа, значит за час он делает $\frac{1}{3}$ часть всего заказа. Второй мастер выполняет заказ за 6 часов, значит он за час делает $\frac{1}{6}$ часть всего заказа. Значит вместе за час они делают $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ часть заказа. Если за час делается половина заказа, значит весь заказ будет сделан за 2 часа.

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, за которое эта работа выполняется. 1 заказ – это работа (A). Производительность первого мастера по нашей формуле равна $\frac{1}{3}$, а производительность второго мастера по той же формуле равна $\frac{1}{6}$. Тогда, если они будут работать вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Значит время, за которое они выполнят один заказ равно $\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}$.

Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 6 часов: за это время первый мастер сделает 2 заказа, а второй мастер за это время сделает 1 заказ, следовательно, вместе они сделают 3 заказа за 6 часов. Значит, работая вместе, 1 заказ они сделают за 2 часа.

Задача 2

Вариант 1:

Гоша вскапывает грядку за 24 минуты, значит за 1 минуту он вскапывает $\frac{1}{24}$ часть всей грядки. Пусть Леша вскапывает грядку за x минут, тогда за минуту он вскапывает $\frac{1}{x}$ часть всей грядки. Мы знаем, что вместе они вскапывают грядку за 8 минут, значит вместе за минуту они вскапывают $\frac{1}{8}$ часть всей грядки. Тогда $\frac{1}{24} + \frac{1}{x} = \frac{1}{8}$. Найдем x .

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, за которое эта работа выполняется. 1 грядка – это работа (A). Производительность Гоши по нашей формуле равна $\frac{1}{24}$. Пусть Леша вскапывает грядку за x минут, тогда его производительность по той же формуле равна $\frac{1}{x}$. Тогда, если они будут работать вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{24} + \frac{1}{x}$. Мы знаем, что время, за которое они вместе вскапывают грядку равно 8 минут. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Тогда $\frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{x}} = 8$. Найдем x .



Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 24 минуты: за это время Гоша вскопает 1 грядку, вместе они за это время вскопают 3 грядки. Тогда Леша вскопает 2 грядки за 24 минуты, а значит Гоша вскопает одну грядку за 12 минут.

Задача 3Вариант 1:

Маша вскапывает грядку за 45 минут, значит за 1 минуту она вскапывает $\frac{1}{45}$ часть всей грядки. Пусть Даша вскапывает грядку за x минут, тогда за минуту она вскапывает $\frac{1}{x}$ часть всей грядки. Мы знаем, что вместе они вскапывают грядку за 18 минут, значит вместе за минуту они вскапывают $\frac{1}{18}$ часть всей грядки. Тогда $\frac{1}{45} + \frac{1}{x} = \frac{1}{18}$. Найдем x .

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, за которое эта работа выполняется. 1 грядка – это работа (A). Производительность Маши по нашей формуле равна $\frac{1}{45}$. Пусть Даша вскапывает грядку за x минут, тогда ее производительность по той же формуле равна $\frac{1}{x}$. Тогда, если они будут работать вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{45} + \frac{1}{x}$. Мы знаем, что время, за которое они вместе вскапывают грядку равно 18 минут. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Тогда $\frac{1}{\frac{1}{45} + \frac{1}{x}} = 18$. Найдем x .

Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 90 минут: за это время Маша вскопает 2 грядки, вместе они за это время вскопают 5 грядок. Тогда Даша вскопает 3 грядки за 90 минут, а значит Даша вскопает одну грядку за 30 минут.

Задача 4Вариант 1:

Карлсон съедает банку варенья за 8 минут, значит за 1 минуту он съедает $\frac{1}{8}$ часть всей банки. Фрекен Бок съедает банку за 12 минут, значит за 1 минуту она съедает $\frac{1}{12}$ часть всей банки, а Малыш съедает банку за 24 минуты, значит за 1 минуту $\frac{1}{24}$ часть всей банки. Тогда вместе за 1 минуту они съедают $\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{4}$ часть всей банки. Если за минуту съедается четверть банки, значит вся банка будет съедена за 4 минуты.

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, за которое эта работа выполняется. 1 банка – это работа (A). Производительность Карлсона по нашей формуле равна $\frac{1}{8}$, производительность Фрекен Бок по нашей формуле равна



$\frac{1}{12}$, а производительность Малыша по нашей формуле равна $\frac{1}{24}$. Тогда, если они будут есть вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Значит время, за которое они съедят одну банку равно $\frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}}$.

Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 24 минуты: за это время Карлсон съест 3 банки варенья, Фрекен Бок за это время съест 2 банки варенья, а Малыш за это время съест 1 банку варенья. Следовательно, вместе они съедят 6 банок за 24 минуты. Значит 1 банку они съедят за 4 минуты.

Задача 5

Вариант 1:

Винни-Пух съедает горшочек меда за 3 минуты, значит за минуту он съедает $\frac{1}{3}$ часть всего горшочка. Пятачок съедает горшочек меда за 8 минут, значит за минуту он съедает $\frac{1}{8}$ часть всего горшочка, а ослик Иа съедает горшочек меда за 24 минуты, то есть за минуту $\frac{1}{24}$ часть всего горшочка. Тогда вместе за минуту они съедят $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{1}{2}$ часть горшочка. Если за минуту съедается половина горшочка, значит весь горшочек будет съеден за 2 минуты.

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, за которое эта работа выполняется. 1 горшочек – это работа (A). Производительность Винни-Пуха по нашей формуле равна $\frac{1}{3}$, производительность Пятачка по нашей формуле равна $\frac{1}{8}$, а производительность ослика Иа по нашей формуле равна $\frac{1}{24}$. Тогда, если они будут есть вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24}$. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Значит время, за которое они съедят один горшочек, равно $\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24}}$.

Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 24 минуты: за это время Винни-Пух съест 8 горшочков меда, Пятачок за это время съест 3 горшочка меда, а ослик Иа за это время съест 1 горшочек меда. Следовательно, вместе они съедят 12 горшочков меда за 24 минуты. Значит 1 горшочек меда они съедят за 2 минуты.

Задача 6

Вариант 1:

Пусть они работают 12 часов, тогда за это время Игорь и Паша покрасят 4 забора, Паша и Володя покрасят 2 забора, а Володя и Игорь покрасят 3 забора. Получается за 12 часов два Игоря, два Паша и два Володи покрасят 9 заборов. Значит один Игорь, один Паша и один Володя будут работать в 2 раза медленнее, и покрасят 9 заборов за 24 часа. Следовательно, один забор они покрасят за $\frac{24}{9}$ часа.

Вариант 2:

Пусть Игорь красит забор за x часов, тогда за час он красит $\frac{1}{x}$ часть всего забора. Паша красит забор за y часов, тогда за час он красит $\frac{1}{y}$ часть всего забора. А Володя красит забор за z часов, тогда за час он красит $\frac{1}{z}$ часть всего забора.

Тогда Игорь и Паша вместе за час красят $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ часть всего забора. По условию Игорь и Паша красят забор за 3 часа, значит за час они красят $\frac{1}{3}$ часть всего забора, следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$.

Паша и Володя вместе за час красят $\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть всего забора. По условию Паша и Володя красят забор за 6 часов, значит за час они красят $\frac{1}{6}$ часть всего забора, следовательно, $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6}$.

Володя и Игорь вместе за час красят $\frac{1}{z} + \frac{1}{x}$ часть всего забора. По условию Володя и Игорь вместе красят забор за 4 часа, значит за час они красят $\frac{1}{4}$ часть забора, следовательно, $\frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$.

Таким образом, получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Работая втроем Игорь, Паша и Володя красят за час $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть забора, значит весь забор они покрасят за $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$ часов.



Задача 7

Вариант 1:

Пусть они работают 60 минут, тогда за это время Маша и Настя вымоют 5 окон, Настя и Лена вымоют 3 окна, а Маша и Лена вымоют 4 окна. Получается за 60 минут две Маши, две Насти и две Лены вымоют 12 окон. Значит одна Маша, одна Настя и одна Лена будут работать в 2 раза медленнее, и помоют 12 окон за 120 минут. Следовательно, одно окно они помоют за $\frac{120}{12}$ минуты.

Вариант 2:

Пусть Маша моет окно за x минут, тогда за минуту она моет $\frac{1}{x}$ часть всего окна. Настя моет окно за y минут, тогда за минуту она моет $\frac{1}{y}$ часть всего окна. А Лена моет окно за z минут, тогда за минуту она моет $\frac{1}{z}$ часть всего окна.

Тогда Маша и Настя вместе за минуту моют $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ часть всего окна. По условию Маша и Настя моют окно за 12 минут, значит за минуту они моют $\frac{1}{12}$ часть всего окна, следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$.

Настя и Лена вместе за минуту моют $\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть всего окна. По условию Настя и Лена моют окно за 20 минут, значит за минуту они моют $\frac{1}{20}$ часть всего окна, следовательно, $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{20}$.

Маша и Лена вместе за минуту моют $\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$ часть всего окна. По условию Маша и Лена вместе моют окно за 15 минут, значит за минуту они моют $\frac{1}{15}$ часть окна, следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15}$.

Таким образом, получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

Работая втроем Маша, Настя и Лена вместе за минуту моют $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть окна, значит целое окно они помоют за $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$ минут.

Задача 8

Вариант 1:

Первая труба наполняет бассейн за 6 часов, значит за час она наполняет $\frac{1}{6}$ часть всего бассейна. Пусть вторая труба наполняет бассейн за x часов, тогда за час она наполняет $\frac{1}{x}$ часть всего бассейна. Мы знаем, что вместе они наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, то есть за 3,6 часа, значит вместе за час они наполняют $\frac{1}{3,6} = \frac{10}{36}$ часть всего бассейна. Тогда $\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{10}{36}$. Найдем x .

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, за которое эта работа выполняется. 1 бассейн – это работа (A). Производительность первой трубы по нашей формуле равна $\frac{1}{6}$. Пусть вторая труба наполняет бассейн за x часов, тогда ее производительность по нашей формуле равна $\frac{1}{x}$. Тогда, если они будут наполнять бассейн вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{6} + \frac{1}{x}$. Мы знаем, что время, за которое они вместе наполняют бассейн равно 3,6 часа. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Значит $\frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{x}} = 3,6$. Найдем x .

Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 18 часов: за это время первая труба заполнит 3 бассейна, вместе за это время они наполнят 5 бассейнов. Значит вторая труба заполнит 2 бассейна за 18 часов, а один бассейн за 9 часов.

Задача 9

Вариант 1:

Пусть они работают 126 минут, тогда за это время первый и второй насосы наполнят 14 бассейнов, второй и третий насосы наполнят 9 бассейнов, а первый и третий насосы наполнят 7 бассейнов. Получается за 126 минут два первых насоса, два вторых насоса и два третьих насоса наполнят 30 бассейнов. Значит один первый насос, один второй насос и один третий насос будут работать в 2 раза медленнее, и наполнят 30 бассейнов за 252 минуты. Следовательно, один бассейн они наполнят за $\frac{252}{30}$ минуты.

Вариант 2:

Пусть первый насос наполняет бассейн за x минут, тогда за минуту он наполняет $\frac{1}{x}$ часть всего бассейна. Второй насос наполняет бассейн за y минут, тогда за минуту он наполняет $\frac{1}{y}$ часть всего бассейна. А третий насос наполняет бассейн за z минут, тогда за минуту он наполняет $\frac{1}{z}$ часть всего бассейна.

Тогда первый и второй насос вместе за минуту наполняют $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ часть всего бассейна. По условию первый и второй насос наполняют бассейн за 9 минут, значит за минуту они наполняют $\frac{1}{9}$ часть всего бассейна, следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9}$.



Второй и третий насос вместе за минуту наполняют $\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть всего бассейна. По условию второй и третий насос наполняют бассейн за 14 минут, значит за минуту они наполняют $\frac{1}{14}$ часть всего бассейна, следовательно, $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{14}$.

Первый и третий насос вместе за минуту наполняют $\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$ часть всего бассейна. По условию первый и третий насос вместе наполняют бассейн за 18 минут, значит за минуту они наполняют $\frac{1}{18}$ часть бассейна, следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18}$.

Таким образом, получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{14} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18} \end{cases}$$

Работая втроем первый, второй и третий насосы вместе за минуту наполняют $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть бассейна, значит целый бассейн они наполнят за $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$ минут.

Задача 10

Вариант 1:

Первая труба наполняет бассейн за 5 часов, значит за час она наполняет $\frac{1}{5}$ часть всего бассейна. Пусть вторая труба наполняет бассейн за x часов, тогда за час она наполняет $\frac{1}{x}$ часть всего бассейна. Мы знаем, что вместе они наполняют бассейн за 4 часа, значит вместе за час они наполняют $\frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$ часть всего бассейна. Найдем x .

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, за которое эта работа выполняется. Тогда, 1 бассейн – это работа (A). Производительность первой трубы по нашей формуле равна $\frac{1}{5}$. Пусть вторая труба наполняет бассейн за x часов, тогда ее производительность по нашей формуле равна $\frac{1}{x}$. Тогда, если они будут наполнять бассейн вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{5} + \frac{1}{x}$. Мы знаем, что время, за которое они вместе наполняют бассейн, равно 4 часа. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Значит $\frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{x}} = 4$. Найдем x .

Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 20 часов: первая труба за это время заполнит 4 бассейна, вместе они за это время наполнят 5 бассейнов, значит вторая труба заполнит за 20 часов 1 бассейн.



Задача 11

Пусть второй насос заполняет резервуар за x часов, значит за час он заполняет $\frac{1}{x}$ всего резервуара. Первый насос заполняет резервуар за $x - 8$ часов, тогда за час он наполняет $\frac{1}{x - 8}$ всего резервуара. Тогда, если они будут наполнять бассейн вдвоем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 8}$. Мы знаем, что вместе они заполняют резервуар за 7,5 часов, значит вместе за час они наполняют $\frac{1}{7,5} = \frac{10}{75}$. Тогда получаем уравнение: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 8} = \frac{10}{75}$. Найдем x .

Задача 12

Вариант 1:

Первый насос наполняет бак за 30 минут, значит за минуту он наполняет $\frac{1}{30}$ часть бака. Второй наполняет бак за 1 час 20 минут, то есть за 80 минут, значит он за минуту наполняет $\frac{1}{80}$ часть всего бака, а третий наполняет бак за 4 часа, то есть за 240 минут, то есть за минуту он наполняет $\frac{1}{240}$ часть всего бака. Значит вместе за минуту они наполняют $\frac{1}{30} + \frac{1}{80} + \frac{1}{240} = \frac{12}{240} = \frac{1}{20}$ часть бака. Если за минуту наполняется $\frac{1}{20}$ часть бака, значит весь бак будет наполнен за 20 минут.

Вариант 2:

Производительность находится по формуле $v = \frac{A}{t}$, где A – это работа, а t – это время, это время, за которое эта работа выполняется. 1 наполненный бак – это работа(A). Производительность первого насоса по нашей формуле равна $\frac{1}{30}$, производительность второго насоса по нашей формуле $\frac{1}{80}$, а производительность третьего насоса по нашей формуле $\frac{1}{240}$. Тогда, если они будут наполнять бассейн втроем, их совместная производительность будет равна $\frac{1}{30} + \frac{1}{80} + \frac{1}{240}$. Время из нашей формулы можно найти как $t = \frac{A}{v}$. Значит время, за которое они наполнят 1 бак равно $\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{80} + \frac{1}{240}}$.

Вариант 3:

Возьмем промежуток времени в 240 минут: первый насос за это время наполнит 8 баков, второй насос за это время наполнит 3 бака, а третий насос за это время наполнит 1 бак, следовательно, вместе они за это время наполнят 12 баков. Значит 1 бак они наполнят за 20 минут.

Задача 13

Вариант 1:

Пусть они работают 24 часа, тогда за это время первый и второй насосы наполнят 4 бассейна, второй и третий насосы наполнят 2 бассейна, а первый и третий насосы наполнят 3 бассейна. Получается за 24 часа два первых насоса, два вторых насоса и



два третьих насоса наполняют 9 бассейнов. Значит один первый насос, один второй насос и один третий насос будут работать в 2 раза медленнее, и наполнят 9 бассейнов за 48 часов. Следовательно, один бассейн они наполнят за $\frac{48}{9}$ часа.

Вариант 2:

Пусть первый насос наполняет бассейн за x часов, тогда за час он наполняет $\frac{1}{x}$ часть всего бассейна. Второй насос наполняет бассейн за y часов, тогда за час он наполняет $\frac{1}{y}$ часть всего бассейна. А третий насос наполняет бассейн за z часов, тогда за час он наполняет $\frac{1}{z}$ часть всего бассейна.

Тогда первый и второй насос вместе за час наполняют $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ часть всего бассейна. По условию первый и второй насос наполняют бассейн за 6 часов, значит за час они наполняют $\frac{1}{6}$ часть всего бассейна, следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$.

Второй и третий насос вместе за час наполняют $\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть всего бассейна. По условию второй и третий насос наполняют бассейн за 12 часов, значит за час они наполняют $\frac{1}{12}$ часть всего бассейна, следовательно, $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12}$.

Первый и третий насос вместе за час наполняют $\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$ часть всего бассейна. По условию первый и третий насос вместе наполняют бассейн за 8 часов, значит за час они наполняют $\frac{1}{8}$ часть бассейна, следовательно, $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8}$.

Таким образом, получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Работая втроем первый, второй и третий насосы вместе за час наполняют $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ часть бассейна, значит целый бассейн они наполнят за $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$ часов.

Задача 14

Пусть вторая труба наполняет резервуар за x минут, значит за минуту она заполняет $\frac{1}{x}$ всего резервуара. Первая труба наполняет резервуар за $x + 22$ минут, тогда за минуту она наполняет $\frac{1}{x + 22}$ всего резервуара. Мы знаем, что вместе они наполняют резервуар за 1 час, то есть 60 минут, значит вместе за минуту они наполняют $\frac{1}{60}$ часть резервуара.

Тогда получаем уравнение: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 22} = \frac{1}{60}$. Найдем x .



Задача 15

Пусть рабочий делает в час x работы. Всего нужно сделать $12x$ работы.

В первый час рабочий работает один и делает за час x работы.

Во второй час рабочий работает один и делает за час x работы. Всего за 2 часа будет сделано $2x$ работы.

В третий час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 3 часа будет сделано $4x$ работы.

В четвертый час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 4 часа будет сделано $6x$ работы.

В пятый час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 5 часов будет сделано $8x$ работы.

В шестой час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 6 часов будет сделано $10x$ работы.

В седьмой час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 7 часов будет сделано $12x$ работы.

Таким образом, вся работа будет выполнена за 7 часов.

Задача 16

Вариант 1:

Пусть первый рабочий в час делает x частей работы, а второй рабочий в час делает y частей работы. По условию они вместе делают всю работу за 12 часов, значит за час они делают $\frac{1}{12}$ часть работы. Таким образом $x + y = \frac{1}{12}$.

Первый рабочий за 2 часа делает $2x$ частей работы, а второй рабочий за три часа делает $3y$ частей работы. По условию $2x = 3y$, тогда

$$\begin{cases} x + y = \frac{1}{12}, \\ 2x = 3y \end{cases}$$

Вариант 2:

Пусть первый рабочий в день делает x работы, а за два дня $2x$ работы. Тогда второй делает в день $\frac{2}{3}x$ работы. Тогда, работая вместе, они выполняют за день $x + \frac{2}{3}x$ работы,

то есть за 12 дней вместе они выполняют $12 \cdot \left(x + \frac{2}{3}x\right) = 20x$. Значит первому нужно $\frac{20x}{x} = 20$ дней.

Задача 17

Пусть рабочий делает в час x работы. Всего нужно сделать $15x$ работы.

В первый час рабочий работает один и делает за час x работы.

Во второй час рабочий работает один и делает за час x работы. Всего за 2 часа будет сделано $2x$ работы.

В третий час рабочий работает один и делает за час x работы. Всего за 3 часа будет сделано $3x$ работы.

В четвертый час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 4 часа будет сделано $7x$ работы.



В пятый час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 5 часов будет сделано $9x$ работы.

В шестой час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 6 часов будет сделано $11x$ работы.

В седьмой час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 7 часов будет сделано $13x$ работы.

В восьмой час работают 2 рабочих и делают за час $2x$ работы. Всего за 8 часов будет сделано $15x$ работы.

Таким образом, вся работа будет выполнена за 8 часов.

Задача 18

Пусть вторая труба наполняет резервуар за x мин, тогда первая труба за $x + 6$ мин. Значит вторая в минуту наполняет $\frac{1}{x}$ воды, первая $\frac{1}{x+6}$, а вместе они наполняют $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6}$ воды в минуту, тогда за 4 минуты $4 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} \right) = 1$.

Задача 19

Вариант 1

Пусть один рабочий делает в день x работы, тогда первая бригада в день делает $16x$ работы, тогда за 7 дней первая бригада делает $7 \cdot 16 \cdot x$ работы.

Вторая бригада в день делает $25 \cdot x$ работы, тогда за 7 дней вторая бригада делает $7 \cdot 25 \cdot x$ работы.

После 7 дней работы в первой бригаде будет 24 рабочих и в день первая бригада будет делать $24 \cdot x$ работы.

После 7 дней работы во второй бригаде будет 17 рабочих и в день вторая бригада будет делать $17 \cdot x$ работы.

Пусть после 7 дней бригады работали еще y дней.

За y дней первая бригада сделает $24 \cdot x \cdot y$ работы, а вторая бригада сделает $17 \cdot x \cdot y$ работы.

Оба заказа одинаковые и были выполнены одновременно, значит обе бригады сделали одинаковую работу.

За $7+y$ дней первая бригада выполнила $7 \cdot 16 \cdot x + 24 \cdot x \cdot y$ работы.

За $7+y$ дней вторая бригада выполнила $7 \cdot 25 \cdot x + 17 \cdot x \cdot y$ работы.

Так как выполненные работы равны $7 \cdot 16 \cdot x + 24 \cdot x \cdot y = 7 \cdot 25 \cdot x + 17 \cdot x \cdot y$.

Так как x не может быть равен 0, сократим левую и правую часть на x и получим:

$$7 \cdot 16 + 24y = 7 \cdot 25 + 17y.$$

Найдем y . Не забудьте, что ответ задачи это $7+y$.



Вариант 2

Приведём пример решения с помощью таблицы:

	Количество рабочих	Количество дней	Работа	
<i>I</i>	16	7	$16 \cdot 7 \cdot x$	112x + 24xy
<i>I</i>	24	<i>y</i>	$24 \cdot y \cdot x$	
<i>II</i>	25	7	$25 \cdot 7 \cdot x$	175x + 18xy
<i>II</i>	18	<i>y</i>	$18 \cdot y \cdot x$	

Приравниваем $112x + 24xy = 175x + 18xy$.

Так как x не может быть равен 0, сократим левую и правую часть на x и получим:

$$7 \cdot 16 + 24y = 7 \cdot 25 + 17y.$$

Найдем y .

Задача 20

Пусть второй фильтр очищает цистерну за x минут, значит за минуту он очищает $\frac{1}{x}$ часть всей цистерны. Первый фильтр очищает цистерну за $x + 25$ минут, тогда за минуту он очищает $\frac{1}{x + 25}$ часть всей цистерны. Тогда, если они будут очищать цистерну вдвоем, за минуту они будут очищать $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 25}$ часть цистерны. Мы знаем, что вместе они очищают цистерну за 30 минут, значит вместе за минуту они очищают $\frac{1}{30}$ часть цистерны. Тогда получаем уравнение: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 25} = \frac{1}{30}$. Найдем x .

Задача 21

Пусть первый принтер расходует пачку бумаги за x минут, значит за минуту он расходует $\frac{1}{x}$ часть всей пачки. Второй принтер расходует пачку бумаги за $x - 10$ минут, тогда за минуту он расходует $\frac{1}{x - 10}$ часть всей пачки. Тогда, если будут работать вдвоем, то за минуту они израсходуют $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 10}$ часть всей пачки. Мы знаем, что вместе они расходуют одну пачку за 12 минут, значит вместе за минуту они расходуют $\frac{1}{12}$ часть пачки. Тогда получаем уравнение: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 10} = \frac{1}{12}$. Найдем x .



Пусть первый принтер расходует бумагу за x мин, тогда второй принтер за $x - 10$ мин. Значит первый в минуту расходует $\frac{1}{x}$ бумаги, второй $\frac{1}{x - 10}$, а вместе они расходуют $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 10}$ бумаги в минуту, тогда за 12 минут

$$12 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 10} \right) = 1.$$

Задача 22

Пусть x стр/дн – производительность писателя по плану, тогда

	v (стр/дн)	t (дн)	A (стр)
по плану	x		300
если быстрее	$x + 5$		300

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (стр/дн)	t (дн)	A (стр)
по плану	x	$\frac{300}{x}$	300
если быстрее	$x + 5$	$\frac{300}{x+5}$	300

Если писатель будет работать по плану, то ему потребуется на 3 дня больше, чем если он будет работать быстрее. Значит время по плану больше времени, когда он будет работать быстрее на 3 дня, следовательно, вычитая из времени по плану время, когда он будет работать быстрее, получим 3 дня:

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x + 5} = 3.$$

Задача 23

Пусть x дет/ч – производительность второго рабочего, тогда

	v (дет/ч)	t (ч)	A (дет)
первый рабочий	$x + 1$		110
второй рабочий	x		110

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:



	v (дет/ч)	t (ч)	A (дет)
первый рабочий	$x + 1$	$\frac{110}{x+1}$	110
второй рабочий	x	$\frac{110}{x}$	110

Мы знаем, что первый рабочий выполняет заказ на 1 час быстрее, чем второй. Значит время первого рабочего меньше времени второго рабочего на 1 час, следовательно, вычитая из времени второго рабочего время первого, получим 1 час:

$$\frac{110}{x} - \frac{110}{x+1} = 1.$$

Задача 24

Пусть x дет/ч – производительность первого рабочего, тогда

	v (дет/ч)	t (ч)	A (дет)
первый рабочий	x		475
второй рабочий	$x - 3$		550

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (дет/ч)	t (ч)	A (дет)
первый рабочий	x	$\frac{475}{x}$	475
второй рабочий	$x - 3$	$\frac{550}{x-3}$	550

Мы знаем, что первый рабочий тратит на заказ на 6 часов меньше, чем второй. Значит время первого рабочего меньше времени второго рабочего на 6 часов, следовательно, вычитая из времени второго рабочего время первого, получим 6 часов:

$$\frac{550}{x-3} - \frac{475}{x} = 6.$$

Задача 25

Пусть x дет/ч – производительность второго рабочего, тогда

	v (дет/ч)	t (ч)	A (дет)
первый рабочий	$x + 1$		99
второй рабочий	x		110



Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (дет/ч)	t (ч)	A (дет)
первый рабочий	$x + 1$	$\frac{99}{x+1}$	99
второй рабочий	x	$\frac{110}{x}$	110

Мы знаем, что первый рабочий тратит на заказ на 2 часа меньше, чем второй. Значит время первого рабочего меньше времени второго рабочего на 2 часа, следовательно, вычитая из времени второго рабочего время первого, получим 2 часа:

$$\frac{110}{x} - \frac{99}{x+1} = 2.$$

Задача 26

Пусть x лит/мин – производительность первой трубы, тогда

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x		110
вторая тр	$x + 1$		110

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x	$\frac{110}{x}$	110
вторая тр	$x + 1$	$\frac{110}{x+1}$	110

Мы знаем, что первая труба заполняет резервуар на 1 минуту дольше. Значит время первой трубы больше времени второй трубы на 1 минуту, следовательно, вычитая из времени первой трубы время второй трубы, получим 1 минуту:

$$\frac{110}{x} - \frac{110}{x+1} = 1.$$

Задача 27

Пусть x лит/мин – производительность второй трубы, тогда

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	$x - 1$		110
вторая тр	x		110

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	$x - 1$	$\frac{110}{x-1}$	110
вторая тр	x	$\frac{110}{x}$	110

Мы знаем, что вторая труба заполняет резервуар на 1 минуту быстрее. Значит время первой трубы больше времени второй трубы на 1 минуту, следовательно, вычитая из времени первой трубы время второй трубы, получим 1 минуту:

$$\frac{110}{x-1} - \frac{110}{x} = 1.$$

Задача 28

Пусть x лит/мин – производительность первой трубы, тогда

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x		110
вторая тр	$x + 1$		99

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x	$\frac{110}{x}$	110
вторая тр	$x + 1$	$\frac{99}{x+1}$	99



Мы знаем, что первая труба заполняет резервуар на 2 минуты дольше. Значит время первой трубы больше времени второй трубы на 2 минуты, следовательно, вычитая из времени первой трубы время второй трубы, получим 2 минуты:

$$\frac{110}{x} - \frac{99}{x+1} = 2.$$

Задача 29

Пусть x лит/мин – производительность второй трубы, тогда

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	$x - 5$		500
вторая тр	x		375

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	$x - 5$	$\frac{500}{x-5}$	500
вторая тр	x	$\frac{375}{x}$	375

Мы знаем, что вторая труба заполняет резервуар на 10 минут быстрее. Значит время первой трубы больше времени второй трубы на 10 минут, следовательно, вычитая из времени первой трубы время второй трубы, получим 10 минут:

$$\frac{500}{x-5} - \frac{375}{x} = 10.$$

Задача 30

Пусть x пл/дн – производительность плиточника по плану, тогда

	v (пл/дн)	t (дн)	A (пл)
по плану	x		175
если быстрее	$x + 10$		175

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:



	v (пл/дн)	t (дн)	A (пл)
по плану	x	$\frac{175}{x}$	175
если быстрее	$x + 10$	$\frac{175}{x+10}$	175

Если плиточник будет работать по плану, то ему потребуется на 2 дня больше, чем если он будет работать быстрее. Значит время по плану больше времени, когда он будет работать быстрее на 2 дня, следовательно, вычитая из времени по плану время, когда он будет работать быстрее, получим 2 дня:

$$\frac{175}{x} - \frac{175}{x+10} = 2.$$

Задача 31

Пусть x лит/мин – производительность второй трубы, тогда

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	$x - 10$		3000
вторая тр	x		3000

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	$x - 10$	$\frac{3000}{x-10}$	3000
вторая тр	x	$\frac{3000}{x}$	3000

Мы знаем, что вторая труба заполняет резервуар на 10 минут быстрее. Значит время первой трубы больше времени второй трубы на 10 минут, следовательно, вычитая из времени первой трубы время второй трубы, получим 10 минут:

$$\frac{3000}{x-10} - \frac{3000}{x} = 10.$$

Задача 32

Пусть x лит/мин – производительность первой трубы, тогда

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x		160
вторая тр	$x + 12$		160



Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x	$\frac{160}{x}$	160
вторая тр	$x + 12$	$\frac{160}{x+12}$	160

Мы знаем, что первая труба заполняет резервуар на 12 минут дольше. Значит время первой трубы больше времени второй трубы на 12 минут, следовательно, вычитая из времени первой трубы время второй трубы, получим 12 минут:

$$\frac{160}{x} - \frac{160}{x+12} = 12.$$

Задача 33

Пусть x лит/мин – производительность первой трубы, тогда

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x		770
вторая тр	$x + 6$		830

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (лит/мин)	t (мин)	A (лит)
первая тр	x	$\frac{770}{x}$	770
вторая тр	$x + 6$	$\frac{830}{x+6}$	830

Мы знаем, что оба бака были наполнены за одно и то же время, значит

$$\frac{770}{x} = \frac{830}{x+6}.$$

Задача 34

Пусть x – время заполнения, тогда $8 - x$ – время откачивания, получаем таблицу

	v	t	A
откачивание		$8 - x$	30
заполнение		x	30



Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v	t	A
откачивание	$\frac{30}{8-x}$	$8-x$	30
заполнение	$\frac{30}{x}$	x	30

Если при заполнении насос перекачивает в час на 4 кубометра воды меньше, чем при откачивании, значит скорость откачивания минус скорость заполнения минус 4 кубометра:

$$\frac{30}{8-x} - \frac{30}{x} = 4.$$

Задача 35

Вариант 1:

Первый насос перекачивает 7 литров за 4 минуты. Значит за 1 минуту он перекачивает $\frac{7}{4}$ литра воды.

Второй насос перекачивает 7 литров за 5 минут. Значит за 1 минуту он перекачивает $\frac{7}{5}$ литра воды.

Работая вместе два насоса перекачивают за минуту $\frac{7}{4} + \frac{7}{5} = \frac{63}{20}$ литров воды.

Всего им нужно перекачать 63 литра воды. Значит им потребуется для этого $t = \frac{63}{\frac{63}{20}} = 20$ минут.

Вариант 2:

Возьмем промежуток времени в 20 минут, тогда первый насос перекачает $7 \cdot \frac{20}{4} = 35$ литров воды. А второй насос перекачает $7 \cdot \frac{20}{5} = 28$ литров воды. Значит вместе они перекачают $35 + 28 = 63$ литра воды.

Задача 36

Пусть x – количество вопросов теста, тогда

	v (вопр/мин)	t (мин)	A (вопр)
Петя	6		x
Ваня	7		x

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:



	v (вопр/мин)	t (мин)	A (вопр)
Петя	6	$\frac{x}{6}$	x
Ваня	7	$\frac{x}{7}$	x

Петя закончил тест позже на 20 минут, то есть на $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ часа, значит $\frac{x}{6} - \frac{x}{7} = \frac{1}{3}$.

Задача 37

Вариант 1:

Первый насос перекачивает 5 литров за 2 минуты. Значит за 1 минуту он перекачивает $\frac{5}{2}$ литра воды.

Второй насос перекачивает 5 литров за 3 минуты. Значит за 1 минуту он перекачивает $\frac{5}{3}$ литра воды.

Работая вместе два насоса перекачивают за минуту $\frac{5}{2} + \frac{5}{3} = \frac{25}{6}$ литров воды.

Всего им нужно перекачать 25 литров воды. Значит им потребуется для этого $t = \frac{25}{\frac{25}{6}} = 6$ минут.

Вариант 2:

Возьмем промежуток времени в 6 минут, тогда первый насос перекачает $5 \cdot \frac{6}{2} = 15$ литров воды. А второй насос перекачает $5 \cdot \frac{6}{3} = 10$ литров воды. Значит вместе они перекачают $15 + 10 = 25$ литра воды.

Задача 38

Пусть x зад/ч – производительность Гоши, тогда

	v (зад/ч)	t (ч)	A (зад)
В	$x + 2$		33
Г	x		33
В+Г	$2x + 2$		33

Нам известны работа и скорость, время равно работа деленная на скорость, значит наша таблица принимает следующий вид:

	v (зад/ч)	t (ч)	A (зад)
В	$x + 2$	$\frac{33}{x+2}$	33
Г	x	$\frac{33}{x}$	33
В+Г	$2x + 2$	$\frac{33}{2x+2}$	33



Мы знаем, что вместе они решают задачи на 1 час 15 минут быстрее (то есть $\frac{75}{60} = \frac{5}{4}$ часа), чем Вова, значит

$$\frac{33}{x+2} - \frac{33}{2x+2} = \frac{5}{4}.$$

Задачи на проценты и доли

Общее замечание:

Увеличить число y на 20% — это значит прибавить к числу y 20% от него,

то есть $\frac{20}{100}y = 0,2y$. Получится $y + 0,2y = 1,2y$.

Таким образом, увеличить число на 20% — это значит умножить его на 1,2.

Аналогичным образом увеличить число y на $x\%$ — это значит к числу y прибавить

$x\%$ от него, то есть $\frac{x}{100}y$. Получится $y + \frac{x}{100}y = \left(1 + \frac{x}{100}\right)y$.

Таким образом, увеличить число на $x\%$ — это значит умножить его на $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

Число $1,2y$ на 20% больше, чем число y .

Число $2,1y$ на 110% больше, чем число y .

Уменьшить число a на 10% — это значит вычесть из числа a 10% от него,

то есть $0,1a$. Получится $a - 0,1a = 0,9a$.

Таким образом, уменьшить число на 10% — это значит умножить его на 0,9.

Аналогичным образом уменьшить число y на $x\%$ — это значит из числа y вычесть

$x\%$ от него, то есть $\frac{x}{100}y$. Получится $y - \frac{x}{100}y = \left(1 - \frac{x}{100}\right)y$.

Таким образом, уменьшить число на $x\%$ — это значит умножить его на $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

Число $0,9y$ на 10% меньше, чем число y .

Число $0,1y$ на 90% меньше, чем число y .

Задача 1Вариант 1:

Новая цена составляет $100\% + 11\% = 111\%$ процентов от начальной цены. 111% процентов от начальной цены это 1443 рубля. Тогда 1% процент от начальной цены это 13 рублей. Тогда 100% от начальной цены это 1300 рублей. Значит начальная цена 1300 рублей.

Вариант 2:

Пусть x руб – цена товара до повышения цен. Новая цена будет на 11% больше старой. В соответствии с теорией в начале параграфа, чтобы увеличить цену на 11% нужно умножить эту цену на $1,11$. Таким образом новая цена после повышения равна $1,11x$. По условию цена после повышения - 1443 рубля. Тогда:

$$1,11x = 1443$$

Теперь найдем x

Задача 2

Вариант 1: Если 2700 рублей составляют 100% от начальной цены, то 1% от начальной цены это 27 рублей. Тогда 2322 рубля составляют $\frac{2322}{27} = 86\%$ от начальной цены. Значит цена была снижена на 14%

Вариант 2: Пусть x – процент, на который была снижена цена. В соответствии с теорией в начале параграфа, чтобы уменьшить цену на $x\%$ нужно умножить эту цену на $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$. Тогда новая цена $2700 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right)$. По условию сниженная цена равна 2322 рубля. Тогда

$$2700 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 2322$$

Теперь найдем x

Задача 3

Пусть x – стоимость покупки без дисконтной карты, тогда после 4% скидки стоимость покупки будет $0,96x$. По условию стоимость покупки без скидки 1152 рубля. Тогда:

$$0,96x = 1152$$

Задача 4

Пусть x – исходная себестоимость микрочипа, тогда после снижения себестоимости, себестоимость микрочипа стала равна $\frac{x}{4} = \frac{1}{4} \cdot x = 0,25x$. $0,25x$ меньше, чем x на 75% . Значит себестоимость чипа снизилась на 75% .

Задача 5

В 2009 году количество жителей возросло на 8% , в соответствии с теорией в начале параграфа, чтобы увеличить количество жителей на 8% , нужно умножить количество жителей на $1,08$. Таким образом в 2009 году в городском квартале проживало $40000 \cdot 1,08 = 43200$ жителей.



В 20010 году количество жителей возросло на 9%, в соответствии с теорией в начале параграфа, чтобы увеличить количество жителей на 9%, нужно умножить количество жителей на 1,09. Таким образом в 2010 году в городском квартале проживало $43200 \cdot 1,09 = 47088$ жителей.

Задача 6

Пусть x – начальная стоимость акции, а y – число процентов, на которые увеличилась, а потом уменьшилась стоимость акций.

В понедельник акции подорожали на y процентов, чтобы увеличить стоимость акций на $y\%$ нужно, в соответствии с теорией в начале параграфа, умножить стоимость акций на $\left(1 + \frac{y}{100}\right)$, то есть их стоимость составит $x \left(1 + \frac{y}{100}\right)$.

Во вторник акции подешевели на y процентов. Чтобы уменьшить стоимость акций на $y\%$ нужно, в соответствии с теорией в начале параграфа, умножить стоимость акций на $\left(1 - \frac{y}{100}\right)$, то есть их стоимость составит $x \left(1 + \frac{y}{100}\right) \left(1 - \frac{y}{100}\right)$.

Эта стоимость составляет $100\% - 4\% = 96\%$ от цены в начале недели, т.е. $0,96 \cdot x$. Значит $x \left(1 + \frac{y}{100}\right) \left(1 - \frac{y}{100}\right) = 0,96x$.

Так как x не равен 0, сократим левую и правую части на x : $\left(1 + \frac{y}{100}\right) \left(1 - \frac{y}{100}\right) = 0,96$

Задача 7

Пусть x – стоимость рубашки, а y – стоимость куртки, тогда $4x$ – стоимость четырех рубашек. По условию стоимость 4 рубашек составляет 92% от стоимости куртки и равна $0,92y$. Тогда: $4x = 0,92y \Rightarrow x = 0,23y$.

Стоимость 5 рубашек $5x$. Так как $x = 0,23y \Rightarrow 5x = 5 \cdot 0,23y = 1,15y$.

$1,15y$ составляет 115% от y .

Значит стоимость 5 рубашек больше стоимости куртки на 15%.

Задача 8

Вариант 1:

Если зарплата отца увеличивается вдвое – это значит, что отец приносит в дом одну дополнительную зарплату. При этом доход семьи вырос на 67% – это значит, что эта дополнительная зарплата и есть 67% от общего дохода семьи. Раз обычная зарплата такая же как и дополнительная зарплата, то она составляет такой же от дохода семьи как и дополнительная зарплата. Следовательно, зарплата мужа составляет 67% от общего дохода семьи.

Если стипендия дочки уменьшилась втрое – это значит, что новая стипендия составляет $\frac{1}{3}$ от старой стипендии. Это значит, что дочка потеряла $\frac{2}{3}$ своей стипендии. При этом доход семьи уменьшился на 4% – это значит, что $\frac{2}{3}$ стипендии дочки как раз и составляют эти 4% от дохода семьи. Следовательно вся стипендия составляет 6% от общего дохода семьи.

Если зарплата мужа составляет 67% от общего дохода семьи, а стипендия дочки 6% от общего дохода семьи, то зарплата матери будет составлять $100\% - (67\% + 6\%) = 26\%$.

Вариант 2:

Пусть x – зарплата мужа, y – зарплата жены, а z – стипендия дочери, а доход семьи A , тогда $x + y + z = A$. Если зарплата мужа увеличится вдвое, семья будет зарабатывать $2x + y + z$, а их доход увеличится на 67% и станет равен $1,67 \cdot A$. Таким образом, получим уравнение $2x + y + z = 1,67A$. Если стипендия дочери уменьшится втрое, семья будет зарабатывать $x + y + \frac{z}{3}$, а их доход уменьшится на 4% и станет равен $0,96 \cdot A$. Таким образом, получим уравнение $x + y + \frac{z}{3} = 0,96A$. Тогда получаем систему:

$$\begin{cases} x + y + z = A \\ 2x + y + z = 1,67A \\ x + y + \frac{z}{3} = 0,96A \end{cases}$$

Вычитая из второго уравнения первое, получаем $x = 0,67A$. Вычитая из первого уравнения третье получаем $\frac{2}{3}z = 0,04A$, следовательно, $z = 0,06A$. Таким образом, $y = A - 0,67A - 0,06A = 0,27A$. Таким образом, зарплата жены составляет 27% от общего дохода семьи.

Задача 9

Пусть $x\%$ – количество процентов, на которое уменьшалась стоимость холодильника. В первый год цена холодильника уменьшилась на x процентов. Чтобы уменьшить стоимость холодильника на $x\%$ нужно, в соответствии с теорией в начале параграфа, умножить стоимость холодильника на $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$, то есть их стоимость составит $20000 \left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

На следующий год цена холодильника снова уменьшилась на x процентов. Чтобы уменьшить стоимость холодильника на $x\%$ нужно, в соответствии с теорией в начале параграфа, умножить стоимость холодильника на $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$, то есть его стоимость составит

$$20000 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{100}\right).$$

По условию после двух понижений цена стала равной 15842 рубля. Таким образом:

$$20000 \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 15842.$$

При дальнейшем решении уравнения удобно ввести новую переменную $t = \left(1 - \frac{x}{100}\right)$. Тогда уравнение примет вид: $20000t^2 = 15842$.

Задача 10

Найдем вклад каждого участника в уставный капитал.

По условию Антон внес 42000 рублей.

Митя внес 14% от уставного капитала, то есть $0,14 \cdot 200000 = 28000$.

Гоша внес 0,12 от уставного капитала, то есть $0,12 \cdot 200000 = 24000$ рублей.

Тогда Борис внес $200000 - 42000 - 28000 - 24000 = 106000$ рублей. Найдем вклад Бориса в процентах:

Если 200000 рублей составляют 100% от уставного капитала, то 1% от начальной цены это 2000 рублей. Тогда 106000 рублей составляют $\frac{106000}{2000} = 53\%$ от уставного капитала.

Вклад Бориса 53% от уставного капитала, значит он получит 53% от 1000000 рублей.



Примечание:

Вклад Бориса можно было так же найти через пропорцию:

$$\begin{array}{l} 200000 \text{ руб} - 100\% \\ 106000 \text{ руб} - ?\% \end{array}$$

Откуда получаем, что изначально Борис внес $\frac{106000 \cdot 100\%}{200000} = 53\%$ уставного капитала

Задача 11

Пусть банк начисляет по вкладу $x\%$ годовых, тогда клиент А через год будет иметь на вкладе сумму на $x\%$ большую, чем была изначально. Чтобы увеличить сумму на $x\%$ нужно, в соответствии с теорией в начале параграфа, умножить сумму на вкладе на $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$, то есть в конце первого года сумму на вкладе у клиента А составит $7700 \left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

Клиент А в конце второго года будет иметь на вкладе сумму на $x\%$ большую, чем была в конце первого года. Чтобы увеличить сумму на $x\%$ нужно, в соответствии с теорией в начале параграфа, умножить сумму на вкладе на $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$, то есть в конце второго года сумма на вкладе у клиента А составит $7700 \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

Клиент Б в конце второго года будет иметь на вкладе сумму на $x\%$ большую, чем он вложил изначально. Чтобы увеличить сумму на $x\%$ нужно, в соответствии с теорией в начале параграфа, умножить сумму на вкладе на $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$, то есть в конце второго года сумму на вкладе у клиента Б составит $7700 \left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

По условию клиент А получил на 847 рублей больше, значит вклад клиента А минус вклад клиента Б равен 847 рублей, тогда $7700 \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 + \frac{x}{100}\right) - 7700 \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 847$.

Задачи на концентрацию, смеси, сплавы

Общее замечание:

Концентрация - это процентное содержание растворенного вещества в определенной массе или объеме раствора.

$$\text{Концентрация по массе} = \frac{m_{\text{вещества}}}{m_{\text{раствора}}} \cdot 100\%$$

$$\text{Концентрация по объему} = \frac{V_{\text{вещества}}}{V_{\text{раствора}}} \cdot 100\%$$

Если в 10 кг раствора содержится 2 кг кислоты, то концентрация кислоты по массе в этом растворе $\frac{2}{10} \cdot 100\% = 20\%$.

Если в 10 литрах раствора содержится 2 литра кислоты, то концентрация кислоты по объему в этом растворе $\frac{2}{10} \cdot 100\% = 20\%$.

Примечание:

Пусть наличие двух разных концентраций вас не пугает. В каждой из задач будет однозначно понятно о какой именно концентрации идет речь.

Задача 1

Найдем 12% от 5 литров: $5 \cdot 0,12 = 0,6$ литра, значит в нашем сосуде содержится 0,6 литра некоторого вещества. Когда мы добавим еще 7 литров воды, вещества у нас останется 0,6 литра, а общий объем раствора будет 12 литров. Концентрация – это сколько % составляют эти 0,6 литров от 12 литров всего раствора: $\frac{0,6}{12} \cdot 100\% = 5\%$.

Примечание.

То же самое можно найти через пропорцию:

$$\begin{array}{l} 12 \text{ литров} - 100\% \\ 0,6 \text{ литров} - ? \% \end{array}$$

Задача 2

Пусть x – масса первого раствора, тогда $0,15x$ – это масса вещества в первом растворе. Так как массы первого и второго растворов равны, то масса второго раствора также x , тогда $0,19x$ – это масса вещества во втором растворе. При смешивании общая масса становится $2x$, а масса вещества становится $0,15x + 0,19x = 0,34x$, значит концентрация равна $\frac{0,34x}{2x} \cdot 100\% = 17\%$.

Примечание:

То же самое можно найти через пропорцию:



$$\begin{aligned} 2x &- 100\% \\ 0,34x &- ? \% \end{aligned}$$

Задача 3

В первом растворе содержится $4 \cdot 0,15 = 0,6$ литров некоторого вещества, во втором растворе содержится $6 \cdot 0,25 = 1,5$ литра некоторого вещества, то есть общая масса вещества при смешивании растворов будет $1,5 + 0,6 = 2,1$ литра некоторого вещества. Тогда, когда мы смешаем растворы, мы получим 2,1 литра некоторого вещества на 10 литров раствора, значит концентрация равна $\frac{2,1}{10} \cdot 100\% = 21\%$.

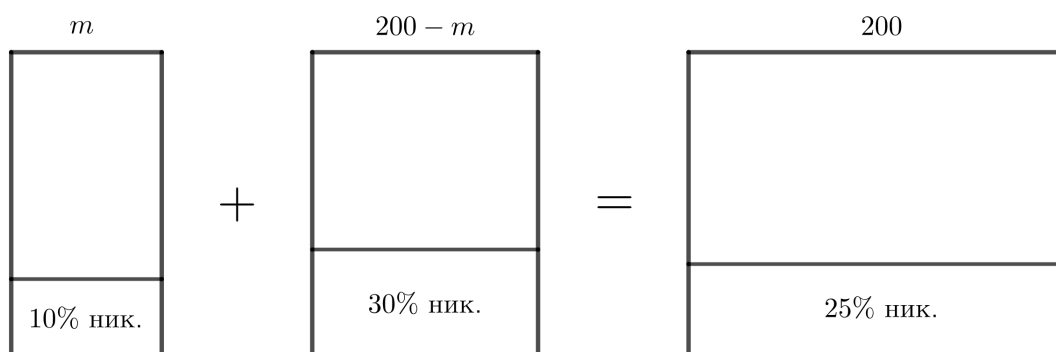
Примечание:

То же самое можно найти через пропорцию:

10 литров - 100%

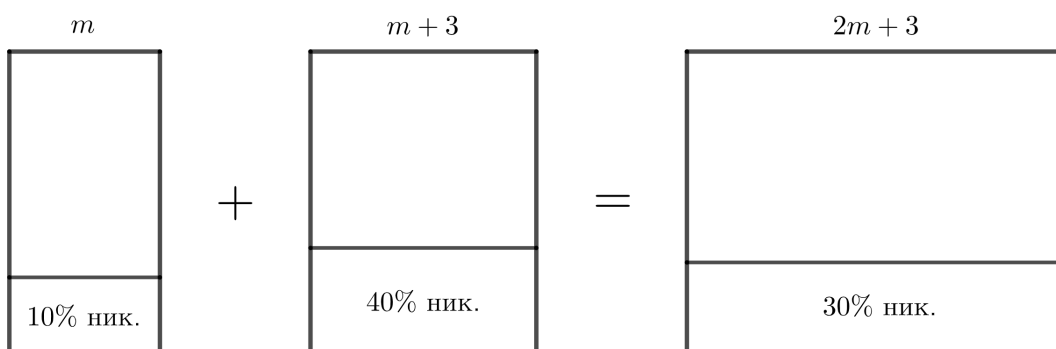
2,1 литра - ? %

Задача 4



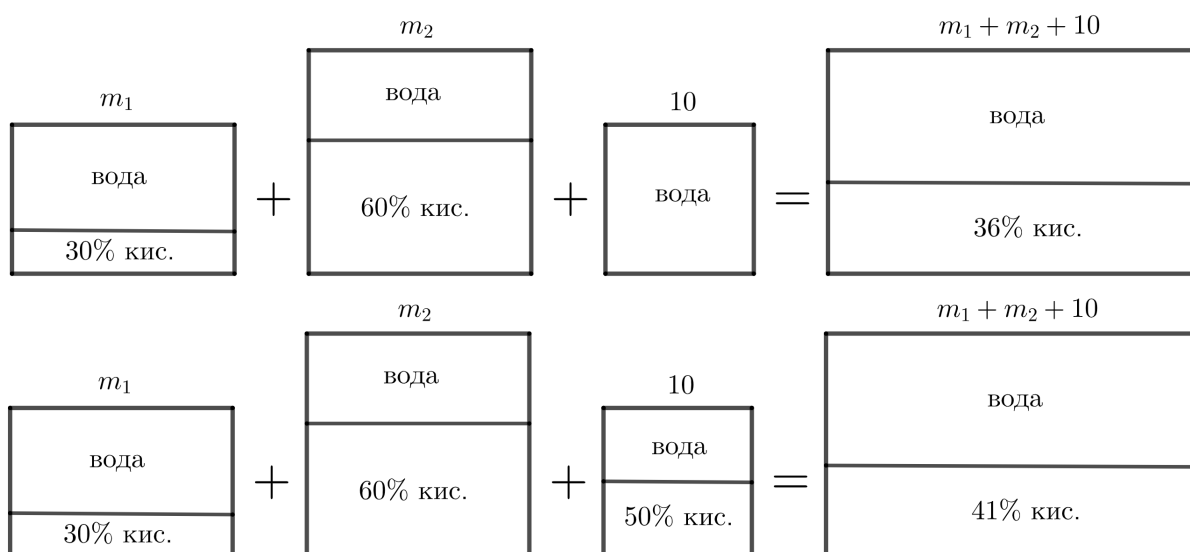
Пусть m – масса первого сплава, тогда $200 - m$ – масса второго сплава, значит в первом сплаве $0,1m$ никеля, а во втором $0,3(200 - m)$ никеля. В третьем сплаве никеля будет $0,25 \cdot 200$ никеля. Никель в третьем сплаве это никель из первого и второго сплавов, поэтому $0,1m + 0,3(200 - m) = 0,25 \cdot 200$.

Задача 5



Пусть m – масса первого сплава, тогда масса второго $m + 3$. В первом сплаве $0,1m$ меди, а во втором $0,4(m + 3)$ меди. Масса третьего сплава $m + (m + 3) = 2m + 3$, значит в третьем сплаве будет $0,3(2m + 3)$ меди. Медь в третьем сплаве это медь из первого и второго сплавов, поэтому $0,1m + 0,4(m + 3) = 0,3(2m + 3)$.

Задача 6



Пусть m_1, m_2 – массы растворов, тогда в первом растворе содержится $0,3m_1$ кислоты, а во втором растворе содержится $0,6m_2$ кислоты, в чистой воде кислоты нет, поэтому общая масса кислоты в первом случае: $0,3m_1 + 0,6m_2$.

Общая масса итогового раствора в первом случае $(m_1 + m_2 + 10)$, по условию в итоговой смеси 36% кислоты, и значит в итоговой смеси $0,36(m_1 + m_2 + 10)$ кислоты. Таким образом:

$$0,3m_1 + 0,6m_2 + 0 \cdot 10 = 0,36(m_1 + m_2 + 10)$$

Во втором случае в 10кг 50% раствора кислоты $0,5 \cdot 10 = 5$ кг, тогда общая масса кислоты во втором случае: $0,3m_1 + 0,6m_2 + 5$.

Общая масса итогового раствора в во втором случае $(m_1 + m_2 + 10)$, по условию в итоговой смеси 41% кислоты и значит в итоговой смеси $0,41(m_1 + m_2 + 10)$ кислоты. Таким образом:

$$0,3m_1 + 0,6m_2 + 5 \cdot 10 = 0,41(m_1 + m_2 + 10)$$

Следовательно получаем систему:

$$\begin{cases} 0,3m_1 + 0,6m_2 + 0 \cdot 10 = 0,36(m_1 + m_2 + 10) \\ 0,3m_1 + 0,6m_2 + 0,5 \cdot 10 = 0,41(m_1 + m_2 + 10) \end{cases}$$

Задача 7

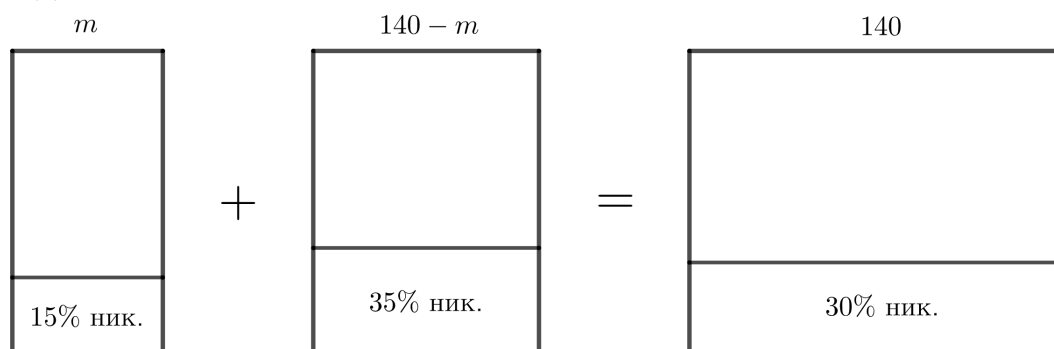
Пусть x – концентрация первого раствора в десятичных дробях, а y – концентрация второго раствора в десятичных дробях, тогда $30x + 20y = 0,68(30 + 20)$. Если же смешать равные массы, то при общей массе m уравнение будет $mx + my = 2m \cdot 0,7$. Так как масса раствора не может быть равна 0, то мы можем поделить левую и правую части на эту массу, тогда $x + y = 1,4$. Следовательно получаем систему:

$$\begin{cases} 30x + 20y = 34 \\ x + y = 1,4 \end{cases}$$

Примечание:

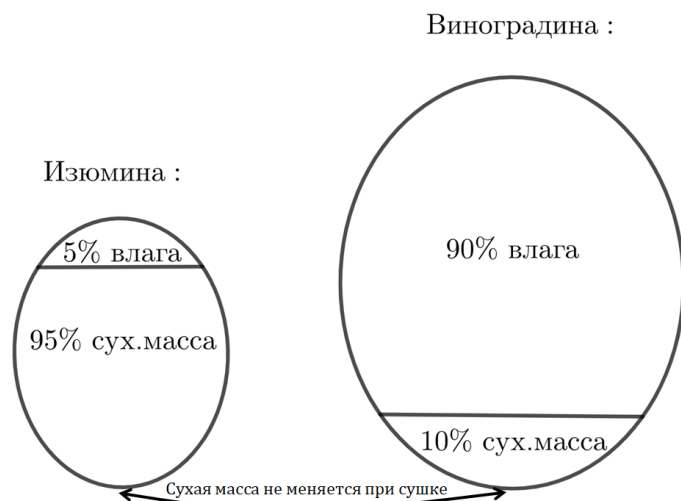
Во втором уравнении вместо массы m можно было использовать любое фиксированное число, например 10 кг, тогда наше уравнение имело бы вид: $10x + 10y = 2 \cdot 10 \cdot 0,7$. И дальнейшее решение бы не изменилось.

Задача 8



Пусть m – масса первого сплава, тогда $140 - m$ – масса второго сплава, значит в первом сплаве $0,15m$ никеля, а во втором $0,35(140 - m)$ никеля. В третьем сплаве будет $0,3 \cdot 140$ никеля. Никель в третьем сплаве это никель из первого и второго сплавов, поэтому $0,15m + 0,35(140 - m) = 0,3 \cdot 140$.

Задача 9



Сухая масса – это то, что не меняется при сушке винограда (шкурка, косточка и т.п.). Когда мы высушиваем виноград и получаем из него изюм, у нас уменьшается масса влаги, а сухая масса остается неизменной. Если у нас есть 20 кг изюма, то 5% в этом изюме составляет влага, тогда влаги у нас $20 \cdot 0,05 = 1$ кг, тогда сухой массы у нас $20 - 1 = 19$ кг. Значит в винограде сухой массы тоже 19 кг. Эти 19 кг – это 10% от общей массы. Значит общая масса винограда 190 кг.

Примечание:

Общую массу можно было найти через пропорцию:

$$\begin{array}{l} ? \text{ кг} - 100\% \\ 19 \text{ кг} - 10\% \end{array}$$

11 Ответы

Движение навстречу

- | | | | |
|---------|--------|---------|--------|
| 1. 2; | 3. 70; | 5. 3; | 7. 70; |
| 2. 220; | 4. 45; | 6. 200; | 8. 54. |

Задачи на движение по прямой

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. 4; | 5. 12; | 9. 20; | 13. 16; | 17. 4; |
| 2. 4; | 6. 600; | 10. 32; | 14. 45; | 18. 90; |
| 3. 7,5; | 7. 30; | 11. 52; | 15. 90; | |
| 4. 5; | 8. 30; | 12. 10; | 16. 90; | 19. 20. |

Движение по окружности

- | | | | |
|--------|--------|---------|---------|
| 1. 45; | 3. 50; | 5. 108; | 7. 490. |
| 2. 75; | 4. 72; | 6. 180; | |

Движение по воде

- | | | | | |
|---------|--------|--------|---------|---------|
| 1. 1; | 4. 12; | 7. 11; | 10. 5; | 13. 10; |
| 2. 6; | 5. 16; | 8. 3; | 11. 20; | |
| 3. 192; | 6. 22; | 9. 11; | 12. 2; | 14. 5. |

Средняя скорость

- | | | | | |
|----------|----------|--------|----------|-----------|
| 1. 70; | 3. 47,5; | 5. 80; | 7. 67,5; | 9. 26; |
| 2. 67,2; | 4. 70; | 6. 75; | 8. 72; | 10. 19,2. |

Движение протяжённых тел

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|-------|
| 1. 500; | 3. 500; | 5. 500; | 7. 600; | 9. 6. |
| 2. 500; | 4. 700; | 6. 400; | 8. 2; | |

Задачи на работу

- | | | | | |
|---------|----------|---------|---------|---------|
| 1. 2; | 9. 8,4; | 17. 9; | 25. 10; | 33. 77; |
| 2. 12; | 10. 20; | 18. 6; | 26. 10; | 34. 5; |
| 3. 30; | 11. 20; | 19. 16; | 27. 11; | 35. 20; |
| 4. 4; | 12. 20; | 20. 50; | 28. 10; | 36. 14; |
| 5. 2; | 13. 320; | 21. 20. | 29. 25; | 37. 6; |
| 6. 160; | 14. 110; | 22. 20; | 30. 25; | 38. 2. |
| 7. 10; | 15. 7; | 23. 10; | 31. 4; | |
| 8. 9; | 16. 20; | 24. 25; | 32. 8; | |

Задачи на проценты и доли

- | | | | |
|----------|-----------|--------|-------------|
| 1. 1300; | 4. 75; | 7. 15; | 10. 530000; |
| 2. 14; | 5. 47088; | 8. 27; | |
| 3. 1200; | 6. 20; | 9. 11; | 11. 10. |

Задачи на концентрацию, смеси, сплавы

- | | | | | |
|--------|---------|--------|--------|---------|
| 1. 5; | 3. 21; | 5. 9; | 7. 18; | 9. 190. |
| 2. 17; | 4. 100; | 6. 60; | 8. 70; | |