

Дополнительные задачи на концентрацию

■ Примеры

Собрали 140 кг грибов, влажность которых составляла 98%. После подсушивания их влажность
№1. снизилась до 93%. Какова стала масса грибов после подсушивания?

Из 10 кг свежих фруктов получают 3,5 кг сушеных фруктов, содержащих 20% воды. Каково
№2. процентное содержание воды в свежих фруктах?

Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы содержащей 85% воды.
№3. Чтобы получить массу, содержащую 75% воды?

Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на
№4. воздухе он содержит 20 % воды. На сколько кг увеличилась масса добытой тонны угля после того,
как уголь две недели пролежал на воздухе?

В 4 кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько кг олова надо добавить к этому
№5. сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало равным 70%?

К 40% раствору серной кислоты добавили 50 г чистой серной кислоты, после чего
№6. концентрация раствора стала равной 60%. Найти первоначальный вес раствора.

Сколько чистого спирта надо добавить к 735 г шестидесятипроцентного раствора йода в
№7. спирте, чтобы получить 10% раствор?

К раствору, содержащему 30 г соли, добавили 400 г воды, после чего концентрация соли
№8. уменьшилась на 10%. Найти первоначальную концентрацию соли в растворе.

Если к сплаву меди и цинка добавить 20 г меди, то содержание меди в сплаве станет равным 70%.
№9. Если же к первоначальному сплаву добавить 70 г сплава, содержащего 40% меди, то содержание
меди станет равным 52%. Найдите первоначальный вес сплава.

Если к раствору соли добавить 200 г 30%-го раствора, то его концентрация станет равной 25%. Если
№10. же к первоначальному раствору добавить 300 г 40%-го раствора, то его концентрация станет равной
32%. Найти первоначальную концентрацию раствора.

В сосуде было 32 л чистого спирта. Часть этого спирта отлили, а долили сосуд водой. Затем отлили
№11. столько же литров смеси и сосуд опять долили водой. После этого в сосуде оказалось чистого
спирта втрое меньше, чем воды. Сколько спирта отлили в первый раз?

Имеются три сплава. Первый сплав содержит 40% олова и 60% свинца, второй - 20% свинца и 80%
№12. цинка, третий - 20% олова, 20% свинца и 60% цинка. Сплавив их, получили сплав, содержащий 10%
олова. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание свинца может быть в этом сплаве?

Решение

Дополнительные задачи на концентрацию

№1. Собрали 140 кг грибов, влажность которых составляла 98%. После подсушивания их влажность снизилась до 93%. Какова стала масса грибов после подсушивания?

Решение:

1) Свежие грибы: 100% - 140 кг.

Вода - 98%

Сухое вещ-во - 2%

100% - 140 кг

2% - x кг

$$x = \frac{2 \cdot 140}{100} = 2,8 \text{ (кг) - сухого вещества}$$

2) Сухие грибы: 100% - ?.

Вода - 93%

Сухое вещ-во - 7% - 2,8 кг

100% - y кг

7% - 2,8 кг

$$y = \frac{2,8 \cdot 100}{7} = 40 \text{ (кг) - масса грибов.}$$

Ответ: 40 кг.

№2. Из 10 кг свежих фруктов получают 3,5 кг сушеных фруктов, содержащих 20% воды. Каково процентное содержание воды в свежих фруктах?

Решение:

1) 3,5 кг - 100% (сушеные фрукты)

x - 80% (сух. вещество) $x = 2,8$ (кг)

2) 10 кг - 100% (свежие фрукты)

2,8 кг - y % (сухое вещество в свежих фруктах) $y = 28\%$

3) 100% - 28% = 72% (воды в свежих фруктах)

Ответ: 72.

№3. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы содержащей 85% воды. Чтобы получить массу, содержащую 75% воды?

Решение:

1) 500 - 100% (цел. массы)

x - 85% (воды)

$$x = 425 \text{ (кг) - воды}$$

2) 500 - 425 = 75 (кг) - сухого вещества в целлюлозной массе

3) После выпаривания в целлюлозной массе должно остаться 75% воды, а значит сухого вещества - 25%.

y - 100% (цел. массы)

75 - 25% (сухого вещества)

$$y = 300 \text{ (кг)}$$

4) 500 - 300 = 200 (кг).

Ответ: 200 кг.

- №4. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 20 % воды. На сколько кг увеличилась масса добытой тонны угля после того, как уголь две недели пролежал на воздухе?

Решение:

- 1) $1000 - 100\%$ (только что добытый уголь) $x = 20$ (кг) - вода
 $x - 2\%$ (вода в этом угле)
- 2) $1000 - 20 = 980$ (кг) - сухое вещество в угле
- 3) После двухнедельного пребывания на воздухе воды стало - 20%, а значит сухого вещества - 80%.
 $980 - 80\%$ (сухое вещество) $y = 1225$ (кг)
 $y - 100\%$ (уголь)
- 4) $1225 - 1000 = 225$ (кг)

Ответ: 225 кг.

- №5. В 4 кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько кг олова надо добавить к этому сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало равным 70%?

Решение:

	Всего (кг)	Добавили	Стало
медь			
олово	$0,4 \cdot 4 = 1,6$	x	$1,6 + x$
сплав	4		$4 + x$

Процентное содержание олова в новом сплаве:

$$70\% = \frac{x + 1,6}{x + 4} \cdot 100\%$$

$$7(x + 4) = 10(x + 1,6) \quad x = 4$$

Ответ: 4 кг.

- №6. К 40% раствору серной кислоты добавили 50 г чистой серной кислоты, после чего концентрация раствора стала равной 60%. Найти первоначальный вес раствора.

Решение:

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
Раствор серной кислоты	x		$x + 50$
Серная кислота	$0,4 \cdot x$	50	$0,4x + 50$

Процентное содержание олова в новом сплаве:

$$60\% = \frac{0,4x + 50}{x + 50} \cdot 100\%$$

$$6(x + 50) = 10(0,4x + 50) \quad x = 100$$

Ответ: 100 г.

№7. Сколько чистого спирта надо добавить к 735 г шестнадцатипроцентного раствора йода в спирте, чтобы получить 10% раствор?

Решение:

Обратная пропорциональная зависимость

$$1) \downarrow \begin{array}{l} 735 \text{ г} - 16\% \text{ йода} \\ x \text{ г} - 10\% \text{ йода} \end{array} \uparrow$$

$$2) \frac{735}{x} = \frac{10}{16} \quad x = 1176$$

$$3) 1176 - 735 = 441$$

Ответ: 441 г.

№8. К раствору, содержащему 30 г соли, добавили 400 г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 10%. Найти первоначальную концентрацию соли в растворе.

Решение:

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
Раствор соли	x		$x + 400$
Соль	30		
Вода		400	

Первоначальная концентрация соли в растворе: $\frac{30}{x} \cdot 100$

Концентрация соли после того как добавили воды: $\frac{30}{x + 400} \cdot 100$

Т.к. концентрация соли уменьшилась на 10%, то составим уравнение

$$\frac{30}{x} \cdot 100 - \frac{30}{x + 400} \cdot 100 = 10$$

$$x^2 + 400x - 120000 = 0$$

$$x = 200 \quad (x > 0)$$

Первоначальная концентрация соли в растворе: $\frac{30}{200} \cdot 100\% = 15\%$.

Ответ: 15%.

№9. Если к сплаву меди и цинка добавить 20 г меди, то содержание меди в сплаве станет равным 70%. Если же к первоначальному сплаву добавить 70 г сплава, содержащего 40% меди, то содержание меди станет равным 52%. Найдите первоначальный вес сплава.

Решение:

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
медь	x	20	$x + 20$
цинк	y		
сплав	$x + y$		$x + y + 20$

Содержание меди в сплаве: $\frac{x + 20}{x + y + 20} \cdot 100 = 70$

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
медь	x	$0,4 \cdot 70 = 28$	$x + 28$
цинк	y		
сплав	$x + y$	70	$x + y + 70$

Содержание меди в сплаве: $\frac{x + 28}{x + y + 70} \cdot 100 = 52$

Составим систему уравнений:
$$\begin{cases} 10(x + 20) = 7(x + y + 20) \\ 25(x + 28) = 13(x + y + 70) \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 50 \\ y = 30 \end{cases}$$

Первоначальный вес сплава $30 + 50 = 80$

Ответ: 80.

№10. Если к раствору соли добавить 200 г 30%-го раствора, то его концентрация станет равной 25%. Если же к первоначальному раствору добавить 300 г 40%-го раствора, то его концентрация станет равной 32%. Найти первоначальную концентрацию раствора.

Решение:

Пусть y – количество раствора, x – количество соли в растворе.

1) Если добавили $200 \cdot 0,3 = 60$ (г) соли, тогда процентная концентрация станет 25%:

$$\frac{x + 60}{y + 200} \cdot 100 = 25.$$

2) Если добавили $300 \cdot 0,4 = 120$ (г) соли, тогда процентная концентрация станет 32%:

$$\frac{x + 120}{y + 300} \cdot 100 = 32.$$

3) Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x + 60}{y + 200} \cdot 100 = 25 \\ \frac{x + 120}{y + 300} \cdot 100 = 32 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 40 \\ y = 200 \end{cases}$$

4) Первоначальная процентная концентрация раствора $\frac{40}{200} \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20.

№11. В сосуде было 32 л чистого спирта. Часть этого спирта отлили, а долили сосуд водой. Затем отлили столько же литров смеси и сосуд опять долили водой. После этого в сосуде оказалось чистого спирта втрое меньше, чем воды. Сколько спирта отлили в первый раз?

Решение:

	Всего (л)	Чистый спирт (л)	Доля спирта в р-ре	Вода (л)
Было	32	32	1	—
Отлили 1-ый раз	— x	— x	1	—
Долили 1-ый раз	+ x			+ x
Стало раствора	32	$32 - x$	$\frac{32 - x}{32}$	x
Отлили 2-й раз	— x	$x \cdot \frac{32 - x}{32}$		
Долили 2-й раз	+ x			+ x
Стало	32	$(32 - x) - x \cdot \frac{32 - x}{32}$ это 1 часть		3 части

Составим уравнение

$$(32 - x) - x \cdot \frac{32 - x}{32} = \frac{32}{4}, \quad x^2 - 64x + 768 = 0; \quad x_1 = 48 \quad x_2 = 16$$

Ответ: 16.

№12. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 40% олова и 60% свинца, второй - 20% свинца и 80% цинка, третий - 20% олова, 20% свинца и 60% цинка. Сплавив их, получили сплав, содержащий 10% олова. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание свинца может быть в этом сплаве?

Решение:

Пусть x, y, z — массы первого, второго и третьего сплавов соответственно; p — процентное содержание свинца в «новом» сплаве. Тогда, первый сплав содержит $0,4x$ олова и $0,6x$ свинца; второй - $0,2y$ свинца и $0,8y$ цинка; третий - $0,2z$ олова, $0,2z$ свинца и $0,6z$ цинка.

«Новый» сплав массой $(x + y + z)$ будет содержать $(0,4x + 0,2z)$ олова. Из условия следует $0,4x + 0,2z = 0,1(x + y + z) \Rightarrow z = y - 3x$. Т.к. $x, y, z \geq 0$, то $y \geq 3x$.

	Всего	Олово	Свинец	Цинк
I	x	$40\% \rightarrow 0,4x$	$60\% \rightarrow 0,6x$	
II	y		$20\% \rightarrow 0,2y$	$80\% \rightarrow 0,8y$
III	z	$20\% \rightarrow 0,2z$	$20\% \rightarrow 0,2z$	$60\% \rightarrow 0,6z$
I+II+III	$x + y + z$	$10\% \rightarrow 0,1(x + y + z)$	$0,6x + 0,2y + 0,2z$	

Свинца в «новом» сплаве содержится $(0,6x + 0,2y + 0,2z)$ или после исключения y из этого выражения, получим $(1,2x + 0,4z)$.

Следовательно, процентное содержание свинца в «новом» сплаве равно

$$p = \frac{0,6x + 0,2y + 0,2z}{x + y + z} \cdot 100\% = \frac{0,6x + 0,2y + 0,2y - 0,6x}{x + y + y - 3x} \cdot 100\% = \frac{0,4y}{2y - 2x} \cdot 100\% = 20\% \cdot \frac{y}{y - x}$$

Т.к. x и y принимают только неотрицательные значения, то очевидно, что множитель $\frac{y}{y - x} = 1 + \frac{x}{y - x}$ принимает наименьшее значение, равное 1, при $x = 0$. Следовательно, наименьшее значение p равно 20%.

Наибольшее значение, равное $\frac{3}{2}$ этот множитель принимает при $y = 3x$ и наибольшее значение p равно 30%.

Ответ: 20%, 30%.

■ Тест

Дополнительные задачи на концентрацию

- №1. Собрали 100 кг грибов, оказалось, что их влажность 99%. Когда их подсушили, то влажность снизилась до 98%. Какой стала масса этих грибов после того, как их подсушили?
-
- №2. Собрали 42 кг свежих грибов, содержащих по массе 95% воды. Когда их подсушили, они стали весить 3 кг. Каков процент содержания воды по массе в сухих грибах?
-
- №3. Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды. Чтобы она содержала 1,5% соли по массе?
-
- №4. В результате очистки сырья количество примесей в нем уменьшается с 20% в исходном сырье до 4% в очищенном. Сколько надо взять исходного сырья для получения 100 кг очищенного?
-
- №5. В 5 кг сплава меди и свинца добавили 1 кг меди. В новом сплаве меди оказалось в два раза больше, чем свинца. Определить процентное содержание меди в первоначальном сплаве.
-
- №6. В 5 кг сплава олова и цинка содержится 80% цинка. Сколько кг олова надо добавить к сплаву, чтобы процентное содержание цинка стало вдвое меньше?
-
- №7. Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой - 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 200 г сплава, содержащего 30% меди.
-
- №8. Из раствора, содержащего 20 кг соли, выпарили 30 кг воды, после чего концентрация соли увеличилась на 15%. Найти первоначальный вес раствора.
-
- №9. Имеются два раствора серной кислоты в воде, первый - 40%-й, второй - 60%-й. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-й раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 80%-го раствора, то получили бы 70%-й раствор. Определите количество 40%-го и 60%-го растворов.
-
- №10. Если к раствору спирта добавить 10 г спирта, то его концентрация станет равной 37,5%. Если же к первоначальному раствору добавить 50 г 30%-го раствора спирта. То его концентрация станет равной 32,5%. Найти первоначальное количество спирта в растворе.
-
- №11. Из сосуда, наполненного чистым глицерином, отлили 10 л глицерина, а взамен долили 10 л воды. После перемешивания снова отлили 10 л смеси и долили 10 л воды. В результате этих операций объем воды в сосуде оказался в 3 раза больше объема оставшегося в нем глицерина. Каков объем сосуда?
-
- №12. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 60% стали и 40% титана, второй - 80% стали, 10% титана и 10% никеля, третий - 40% стали, 40% титана и 20% никеля. Сплавив их, получили сплав, содержащий 5% никеля. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание титана может быть в этом сплаве?

■ Ответы

Дополнительные задачи на концентрацию

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
50	30	70	120	60	5	140 и 60	80	1 и 2	50	20	25 и 40

■ Решение

Дополнительные задачи на концентрацию

№1. Собрали 100 кг грибов, оказалось, что их влажность 99%. Когда их подсушили, то влажность снизилась до 98%. Какой стала масса этих грибов после того, как их подсушили?

Решение:

- 1) 100 кг – 100% (св. грибы)
 x кг – 1% (сух. вещество) $x = 1$ (кг)
- 2) y кг – 100% (подсушенные грибы)
 1 кг – 2% (сухое вещество) $y = 50$ (кг)

Ответ: 50.

№2. Собрали 42 кг свежих грибов, содержащих по массе 95% воды. Когда их подсушили, они стали весить 3 кг. Каков процент содержания воды по массе в сухих грибах?

Решение:

- 1) 42 – 100% (св. грибы)
 x – 5% (сух. вещество) $x = 2,1$ (кг)
- 2) 3 – 100% (подсушенные грибы)
 $2,1$ – y % (сухое вещество) $y = 70$ %
- 3) 100% – 70% = 30% (воды)

Ответ: 30.

№3. Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды. Чтобы она содержала 1,5% соли по массе?

Решение:

- 1) 30 – 100% (морской воды)
 x – 5% (соли) $x = 1,5$ (кг) – соли
- 2) y – 100% (морской воды)
 $1,5$ – 1,5% (соли) $y = 100$ (кг) – морской воды
- 3) $100 - 30 = 70$ (кг).

Ответ: 70 кг.

№4. В результате очистки сырья количество примесей в нем уменьшается с 20% в исходном сырье до 4% в очищенном. Сколько надо взять исходного сырья для получения 100 кг очищенного?

Решение:

- 1) 100 – 100% (очищенное сырье)
 x – 4% (примесь) $x = 4$ (кг) – примесь
- 2) $100 - 4 = 96$ (кг) – чистое сырье
 96 – 80% (чистое сырье)
- 3) y – 100% (исходное сырье) $y = 120$ (кг)

Ответ: 120 кг.

- №5. В 5 кг сплава меди и свинца добавили 1 кг меди. В новом сплаве меди оказалось в два раза больше, чем свинца. Определить процентное содержание меди в первоначальном сплаве.

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Медь} - 2x \text{ кг} \\ \text{Свинец} - x \text{ кг} \end{array} \right\} \oplus = 6 \text{ кг}, \quad x + 2x = 6, \quad x = 2$$

Меди в новом сплаве: $2 \cdot 2 = 4$ (кг), Меди в старом сплаве: $4 - 1 = 3$ (кг).

Процентное содержание меди в первоначальном сплаве: $c_m = \frac{m_k}{m_o} \cdot 100\%$ $c_m = \frac{3}{5} \cdot 100\% = 60\%$.

Ответ: 60%.

- №6. В 5 кг сплава олова и цинка содержится 80% цинка. Сколько кг олова надо добавить к сплаву, чтобы процентное содержание цинка стало вдвое меньше?

Решение:

	Всего (кг)	Добавили (кг)	Стало (кг)	% содержание
цинк	$0,8 \cdot 5 = 4$			$80\% : 2 = 40\%$
олово	$5 - 4 = 1$	x	$1 + x$	60%
сплав	5		$5 + x$	100%

$$\frac{x+1}{x+5} \cdot 100\% = 60\%; \quad \frac{x+1}{x+5} \cdot 10 = 6; \quad x = 5.$$

Ответ: 5.

- №7. Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой - 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 200 г сплава, содержащего 30% меди.

Решение:

	Всего (г)	Медь (г)
I сплав	x	$0,15x$
II сплав	$200 - x$	$0,65(200 - x)$
Всего	200	$0,3 \cdot 200 = 60$

$$0,15x + 0,65(200 - x) = 60, \quad x = 140$$

Ответ: 140 и 60.

- №8. Из раствора, содержащего 20 кг соли, выпарили 30 кг воды, после чего концентрация соли увеличилась на 15%. Найти первоначальный вес раствора.

Решение:

	Всего (кг)	Выпарили (кг)	Стало
Раствор соли	x		$x - 30$
Соль	20		
Вода		30	

Первоначальная концентрация соли в растворе: $\frac{20}{x} \cdot 100$

Концентрация соли после того как выпарили воду: $\frac{20}{x-30} \cdot 100$

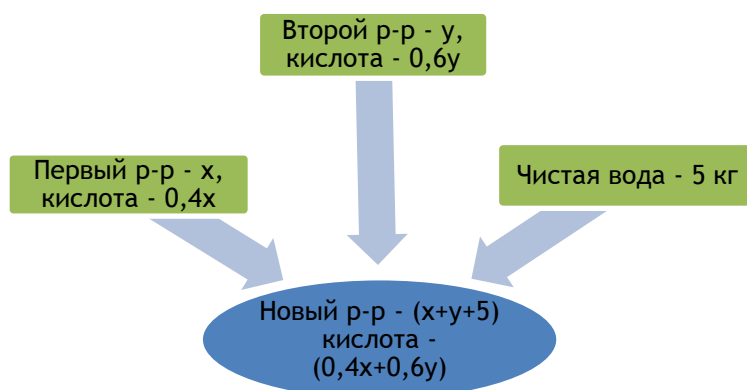
Т.к. концентрация соли увеличилась на 15%, то составим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{20}{x-30} \cdot 100 - \frac{20}{x} \cdot 100 &= 15 \\ x^2 - 30x - 4000 &= 0 \\ x &= 80 \quad (x > 0) \end{aligned}$$

Ответ: 80.

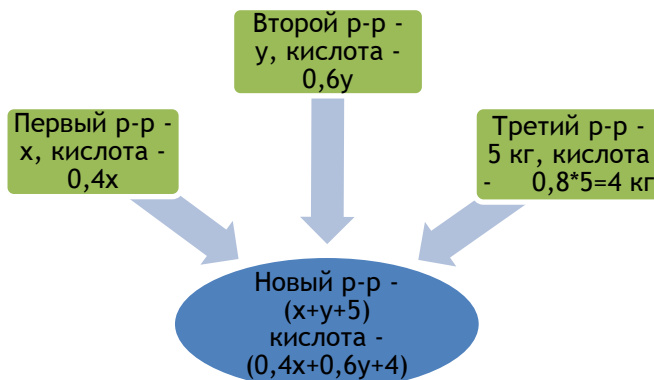
- №9. Имеются два раствора серной кислоты в воде, первый - 40%-й, второй - 60%-й. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-й раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 80%-го раствора, то получили бы 70%-й раствор. Определите количество 40%-го и 60%-го растворов.

Решение:



- 1) Заметим, что в добавляемых 5 кг чистой воде нет кислоты, тогда получим уравнение:

$$0,2(x + y + 5) = 0,4x + 0,6y$$



- 2) Добавляя второй раз 5 кг раствора, в нем кислоты содержится $0,8 \cdot 5 = 4$ кг. Тогда получим второе уравнение:

$$0,7(x + y + 5) = 0,4x + 0,6y + 4$$

- 3) Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,2(x+y+5) = 0,4x + 0,6y \\ 0,7(x+y+5) = 0,4x + 0,6y + 4 \end{cases} \uparrow - \\
 \begin{cases} 0,5(x+y+5) = 4 \\ 0,2(x+y+5) = 0,4x + 0,6y \end{cases} \\
 \begin{cases} x+y+5 = 8 \\ 0,2 \cdot 8 = 0,4x + 0,6y \end{cases} \\
 \begin{cases} y = 3-x \\ 1,6 = 0,4x + 0,6(3-x) \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: 1 и 2.

№10. Если к раствору спирта добавить 10 г спирта, то его концентрация станет равной 37,5%. Если же к первоначальному раствору добавить 50 г 30%-го раствора спирта. То его концентрация станет равной 32,5%. Найти первоначальное количество спирта в растворе.

Решение:

Пусть x г спирта было в растворе массой y г, тогда

$$\begin{cases} \frac{x+10}{y+10} \cdot 100 = 37,5 \\ \frac{x+15}{y+50} \cdot 100 = 32,5 \end{cases}; \begin{cases} x = 50 \\ y = 150 \end{cases}$$

Ответ: 50.

№11. Из сосуда, наполненного чистым глицерином, отлили 10 л глицерина, а взамен долили 10 л воды. После перемешивания снова отлили 10 л смеси и долили 10 л воды. В результате этих операций объем воды в сосуде оказался в 3 раза больше объема оставшегося в нем глицерина. Каков объем сосуда?

Решение:

	Всего (л)	Чистый глицерин (л)	Доля глицерина в р-ре	Вода (л)	Доля воды в р-ре
Было	x	x	1	—	
Отлили 1-ый раз	—10	—10	1	—	
Долили 1-ый раз	+10			+10	
Стало раствора	x	$x-10$	$\frac{x-10}{x}$	10	$\frac{10}{x}$
Отлили 2-й раз	—10	$\frac{x-10}{x} \cdot (x-10)$			
Долили 2-й раз	+10			+10	
Стало	x	$\frac{x-10}{x} \cdot (x-10)$		$\frac{10}{x}(x-10) + 10$	

Т. Составим уравнение $\frac{3(x-10)^2}{x} = \frac{10}{x}(x-10) + 10$.

$$3x^2 - 80x + 400 = 0$$

$$x_1 = 20 \quad x_2 = \frac{20}{3}$$

Ответ: 20.

- №12. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 60% стали и 40% титана, второй - 80% стали, 10% титана и 10% никеля, третий - 40% стали, 40% титана и 20% никеля. Сплавив их, получили сплав, содержащий 5% никеля. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание титана может быть в этом сплаве?

Решение:

Пусть x , y , z — массы первого, второго и третьего сплавов соответственно; p — процентное содержание свинца в «новом» сплаве. Тогда, первый сплав содержит $0,6x$ стали и $0,4x$ титана; второй - $0,8y$ стали, $0,1y$ титана и $0,1y$ никеля; третий - $0,4z$ стали, $0,4z$ титана и $0,2z$ никеля.

«Новый» сплав массой $(x + y + z)$ будет содержать $(0,1y + 0,2z)$ никеля. Из условия следует $0,1y + 0,2z = 0,05(x + y + z)$, $y = x - 3z$. Т.к. $x, y, z \geq 0$, то $x \geq 3z$.

Титана в «новом» сплаве содержится $(0,4x + 0,1y + 0,4z)$ или после исключения y из этого выражения, получим $(0,5x + 0,1z)$.

Следовательно, процентное содержание титана в «новом» сплаве равно

$$p = \frac{0,4x + 0,1y + 0,4z}{x + y + z} \cdot 100\% = \frac{0,5x + 0,1z}{2x - 2z} \cdot 100\% = 25\% + 30\% \cdot \frac{z}{x - z}$$

Т.к. x и z принимают только неотрицательные значения, то очевидно, что множитель $\frac{z}{x - z}$ принимает наименьшее значение, равное 0, при $z = 0$. Следовательно, наименьшее значение p равно 25%.

Наибольшее значение, равное $\frac{1}{2}$ этот множитель принимает при $x = 3z$ и наибольшее значение p равно 40%.

Ответ: 25%, 40%.