

Логарифмические выражения

Свойства логарифмов

■ Примеры

Найдите значение выражения:

№1. $(\log_5 625) \cdot (\log_8 512)$

№2. $9 \cdot 11^{\log_{11} 2}$

№3. $343^{\log_7 3}$

№4. $\log_{0,125} 64$

№5. $\log_{25} 3125$

№6. $\log_6 198 - \log_6 5,5$

№7. $\log_4 0,125 + \log_{0,5} 32$

№8. $\log_{0,6} 5 - \log_{0,6} 3$

№9. $\frac{\log_6 169}{\log_6 13}$

№10. $\frac{\log_3 14}{\log_{81} 14}$

№11. $\log_7 8 \cdot \log_8 49$

№12. $\frac{2^{\log_{11} 363}}{2^{\log_{11} 3}}$

№13. $(1 - \log_8 48)(1 - \log_6 48)$

№14. $104 \log_3 \sqrt[8]{3}$

№15. $\log_{\sqrt[4]{10}} 10$

№16. $\frac{\log_6 108}{2 + \log_6 3}$

№17. $\frac{\log_7 2}{\log_7 4} + \log_4 0,5$

№18. $\log_{2,5} 5 \cdot \log_5 0,4$

№19. $4^{\log_{16} 81}$

№20. $\log_{\sqrt{11}}^2 121$

№21. $9^{2 + \log_9 2}$

№22. $6^{2 \log_6 14}$

№23. $49^{\log_7 \sqrt{5}}$

№24. $\log_{16} \log_6 36$

№25. $\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}$

№26. $\log_7 24,5 + \log_7 2$

№27. $\frac{\log_9 \sqrt[5]{17}}{\log_9 17}$

№28. $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$

№29. $(5^{\log_7 3})^{\log_5 7}$

№30. $\log_a (a^6 b^{10})$, если $\log_a b = 8$

№31. $\log_a (a^3 b^8)$, если $\log_b a = \frac{1}{3}$

№32. $\log_a \frac{a^9}{b^2}$, если $\log_a b = 15$

Решение (примеры)

$$\text{№1. } (\log_5 625) \cdot (\log_8 512) = \log_5 5^4 \cdot \log_8 8^3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{№2. } 9 \cdot 11^{\log_{11} 2} = 9 \cdot 2 = 18$$

$$\text{№3. } 343^{\log_7 3} = (7^3)^{\log_7 3} = (7^{\log_7 3})^3 = 3^3 = 27$$

$$\text{№4. } \log_{0,125} 64 = x, \quad 0,125^x = 64, \quad \left(\frac{1}{8}\right)^x = 2^6, \quad 2^{-3x} = 2^6, \quad -3x = 6, \quad x = -2$$

$$\text{№5. } \log_{25} 3125 = x, \quad 25^x = 3125, \quad 5^{2x} = 5^5, \quad 2x = 5, \quad x = 2,5$$

$$\text{№6. } \log_6 198 - \log_6 5,5 = \log_6 \frac{198}{5,5} = \log_6 \frac{396}{11} = \log_6 36 = 2$$

$$\text{№7. } \log_4 0,125 + \log_{0,5} 32 = \log_{2^2} \frac{1}{8} + \log_{\frac{1}{2}} 2^5 = \log_{2^2} 2^{-3} + \log_{2^{-1}} 2^5 = -\frac{3}{2} - \frac{5}{1} = -6,5$$

$$\text{№8. } \log_{0,6} 5 - \log_{0,6} 3 = \log_{0,6} \frac{5}{3} = \log_{0,6} \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \log_{0,6} (0,6)^{-1} = -1$$

$$\text{№9. } \frac{\log_6 169}{\log_6 13} = \log_{13} 169 = \log_{13} 13^2 = 2$$

$$\text{№10. } \frac{\log_3 14}{\log_{81} 14} = \frac{\log_{14} 81}{\log_{14} 3} = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$\text{№11. } \log_7 8 \cdot \log_8 49 = \log_7 49 = 2$$

$$\text{№12. } \frac{2^{\log_{11} 363}}{2^{\log_{11} 3}} = 2^{\log_{11} 363 - \log_{11} 3} = 2^{\log_{11} \frac{363}{3}} = 2^{\log_{11} 121} = 2^2 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{№13. } (1 - \log_8 48)(1 - \log_6 48) &= (\log_8 8 - \log_8 48)(\log_6 6 - \log_6 48) = \log_8 \frac{8}{48} \cdot \log_6 \frac{6}{48} = \\ &= \log_8 \frac{1}{6} \cdot \log_6 \frac{1}{8} = \log_8 6^{-1} \cdot \log_6 8^{-1} = \log_8 6 \cdot \log_6 8 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{№14. } 104 \log_3 \sqrt[8]{3} = 104 \cdot \log_3 3^{\frac{1}{8}} = \frac{104}{8} = 13$$

$$\text{№15. } \log_{\sqrt[4]{10}} 10 = x, \quad \left(\sqrt[4]{10}\right)^x = 10, \quad \left(10^{\frac{1}{4}}\right)^x = 10^1, \quad 10^{\frac{x}{4}} = 10^1, \quad \frac{x}{4} = 1, \quad x = 4$$

$$\text{№16. } \frac{\log_6 108}{2 + \log_6 3} = \frac{\log_6 108}{\log_6 36 + \log_6 3} = \frac{\log_6 108}{\log_6 108} = 1$$

$$\text{№17. } \frac{\log_7 2}{\log_7 4} + \log_4 0,5 = \log_4 2 + \log_4 0,5 = \log_4 1 = 0$$

№18. $\log_{2,5} 5 \cdot \log_5 0,4 = \log_{2,5} 0,4 = \log_{\frac{5}{2}} \frac{2}{5} = \log_{\frac{5}{2}} \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = -1$

№19. $4^{\log_{16} 81} = 4^{\log_{4^2} 9^2} = 4^{\log_4 9} = 9$

№20. $\log_{\sqrt{11}}^2 121 = \left(\log_{\frac{1}{11^2}} 11^2\right)^2 = \left(\frac{2}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4^2 = 16$

№21. $9^{2+\log_9 2} = 9^2 \cdot 9^{\log_9 2} = 81 \cdot 2 = 162$

№22. $6^{2\log_6 14} = \left(6^{\log_6 14}\right)^2 = 14^2 = 196$

№23. $49^{\log_7 \sqrt{5}} = 7^{2\log_7 \sqrt{5}} = \left(7^{\log_7 \sqrt{5}}\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$

№24. $\log_{16} \log_6 36 = \log_{16} 2 = \log_{2^4} 2^1 = \frac{1}{4} = 0,25$

№25. $\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18} = \log_{18^{-1}} 18^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} : (-1) = -0,5$

№26. $\log_7 24,5 + \log_7 2 = \log_7 (24,5 \cdot 2) = \log_7 49 = 2$

№27. $\frac{\log_9 \sqrt[5]{17}}{\log_9 17} = \log_{17} 17^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} = 0,2$

№28. $\frac{65}{9^{\log_9 5}} = \frac{65}{5} = 13$

№29. $\left(5^{\log_7 3}\right)^{\log_5 7} = \left(5^{\log_5 7}\right)^{\log_7 3} = 7^{\log_7 3} = 3$

№30. $\log_a (a^6 b^{10}) = \log_a a^6 + \log_a b^{10} = 6 + 10 \log_a b = 6 + 10 \cdot 8 = 86$, если $\log_a b = 8$

№31. $\log_a (a^3 b^8) = \log_a a^3 + \log_a b^8 = 3 + 8 \cdot \frac{1}{\log_b a} = 3 + 8 \cdot 3 = 27$, если $\log_b a = \frac{1}{3}$

№32. $\log_a \frac{a^9}{b^2} = \log_a a^9 - \log_a b^2 = 9 - 2 \log_a b = 9 - 2 \cdot 15 = -21$, если $\log_a b = 15$

■ Тест

Свойства логарифмов

Вариант 1

- №1. $(\log_6 216) \cdot (\log_9 729)$
 №2. $19 \cdot 12^{\log_{12} 10}$
 №3. $729^{\log_9 5}$
 №4. $\log_{0,1} 100000$
 №5. $\log_{20} 0,05$
 №6. $\lg 250 - \lg 2,5$
 №7. $\lg 0,01 + \log_{0,5} 4$
 №8. $\log_{0,2} 25 - \log_{0,2} 5$
 №9. $\frac{\log_2 196}{\log_2 14}$
 №10. $\frac{\log_3 2}{\log_{27} 2}$
 №11. $\log_5 2 \cdot \log_2 25$
 №12. $\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$
 №13. $(1 - \log_9 63)(1 - \log_7 63)$
 №14. $75 \log_{11} \sqrt[5]{11}$
 №15. $\log_{\sqrt[3]{4}} 4$
 №16. $\frac{\log_2 80}{3 + \log_2 10}$
 №17. $\frac{\log_4 10}{\log_4 9} + \log_9 0,1$
 №18. $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$
 №19. $7^{\log_{49} 36}$
 №20. $\log_{\sqrt[3]{7}}^3 343$
 №21. $5^{3 + \log_5 2}$
 №22. $7^{5 \log_7 4}$
 №23. $81^{\log_9 \sqrt{8}}$
 №24. $\log_3 \log_7 343$
 №25. $\log_{\frac{1}{24}} \sqrt{24}$
 №26. $\log_3 6,75 + \log_3 4$
 №27. $\frac{\log_5 \sqrt[4]{14}}{\log_5 14}$
 №28. $\frac{56}{6^{\log_6 7}}$
 №29. $(7^{\log_5 2})^{\log_2 5}$

Вариант 2

Найдите значение выражения:

- №1. $(\log_7 343) \cdot (\log_2 8)$
 №2. $13 \cdot 8^{\log_8 3}$
 №3. $49^{\log_7 11}$
 №4. $\log_{0,04} 3125$
 №5. $\log_{25} 125$
 №6. $\log_8 288 - \log_8 4,5$
 №7. $\log_8 64 + \log_{0,1} 0,01$
 №8. $\log_{1,3} 10 - \log_{1,3} 13$
 №9. $\frac{\log_3 1331}{\log_3 11}$
 №10. $\frac{\log_7 9}{\log_{49} 9}$
 №11. $\log_4 11 \cdot \log_{11} 16$
 №12. $\frac{4^{\log_{10} 300}}{4^{\log_{10} 3}}$
 №13. $(1 - \log_6 24)(1 - \log_4 24)$
 №14. $133 \log_{13} \sqrt[3]{13}$
 №15. $\log_{\sqrt[3]{12}} 12$
 №16. $\frac{\log_2 96}{3 + \log_2 12}$
 №17. $\frac{\log_7 5}{\log_7 8} + \log_8 0,2$
 №18. $\log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0,8$
 №19. $6^{\log_{36} 16}$
 №20. $\log_{\sqrt[4]{14}}^2 2744$
 №21. $8^{2 + \log_8 13}$
 №22. $6^{2 \log_6 8}$
 №23. $36^{\log_6 \sqrt{9}}$
 №24. $\log_5 \log_3 243$
 №25. $\log_{\frac{2}{11}} \sqrt{5,5}$
 №26. $\log_{11} 24,2 + \log_{11} 5$
 №27. $\frac{\log_2 \sqrt{3}}{\log_2 9}$
 №28. $\frac{78}{5^{\log_5 6}}$
 №29. $(3^{\log_5 7})^{\log_7 5}$

№30. $\log_a(a^3b^4)$, если $\log_a b = -1$

№31. $\log_a(ab^6)$, если $\log_b a = \frac{3}{20}$

№32. $\log_a \frac{a^2}{b^{10}}$, если $\log_a b = 3$

№30. $\log_a(a^2b^9)$, если $\log_a b = -4$

№31. $\log_a(a^2b^6)$, если $\log_b a = \frac{2}{11}$

№32. $\log_a \frac{a^5}{b^8}$, если $\log_a b = -2$

▪ **Ответы (тест)**

Свойства логарифмов

Вариант 1		Вариант 2	
№1.	9	№1.	9
№2.	190	№2.	39
№3.	125	№3.	121
№4.	-5	№4.	-2,5
№5.	-1	№5.	1,5
№6.	2	№6.	2
№7.	-4	№7.	4
№8.	-1	№8.	-1
№9.	2	№9.	3
№10.	3	№10.	2
№11.	2	№11.	2
№12.	36	№12.	16
№13.	1	№13.	1
№14.	15	№14.	19
№15.	9	№15.	7
№16.	1	№16.	1
№17.	0	№17.	0
№18.	-1	№18.	-1
№19.	6	№19.	4
№20.	216	№20.	36
№21.	250	№21.	832
№22.	1024	№22.	64
№23.	8	№23.	9
№24.	1	№24.	1
№25.	-0,5	№25.	-0,5
№26.	3	№26.	2
№27.	0,25	№27.	0,25
№28.	8	№28.	13
№29.	7	№29.	3
№30.	-1	№30.	-34
№31.	41	№31.	35
№32.	-28	№32.	21

✓ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. Логарифм - это показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

$$a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b$$

$$b > 0, a > 0, a \neq 1$$

2. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b, b > 0$

3. $\log_a a = 1$

4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y; x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$

6. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|; x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1$

7. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y; x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$

8. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|; x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1$

9. $\log_a (x^k) = k \log_a x; x > 0, a > 0, a \neq 1$

10. $\log_a (x^{2k}) = 2k \log_a |x|; x \neq 0, a > 0, a \neq 1$

11. $\log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x; x > 0, a > 0, a \neq 1$

12. Формула перехода к новому основанию $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ или $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$

$$a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1$$

13. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}; a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$

14. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}; a > 0, b > 0, c > 0, b \neq 1$