Используя это соотношение, найдем значение выражения (*):

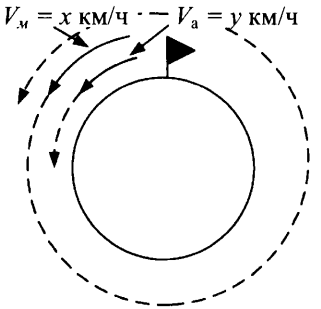
$$\frac{3x}{x-z}-\frac{3y}{x-z}=\frac{3(x-y)}{x-z}=\frac{3\cdot\frac{3}{2}(x-z)}{x-z}=\frac{9}{2}=4{,}5.$$

Ответ: 4,5 км.

Задачи на движение по окружности

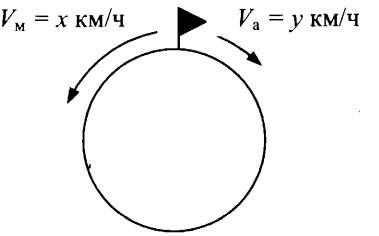
Пример 7. Автобус и мотоциклист выезжают одновременно из поселка, расположенного на кольцевой дороге. Время, которое затрачивает мотоциклист на то, чтобы обогнать автобус при движении в одном направлении, в три раза больше времени, которое нужно для того, чтобы они встретились при движении в разных направлениях. Найдите скорость автобуса, если скорость мотоциклиста равна 80 км/ч.

Решение. Пусть x км/ч — скорость мотоциклиста, а y км/ч — скорость автобуса. Изобразим на рисунках 4 и 5 разные виды движения.



$$t_{\text{встречи}}=\frac{2\pi R}{x-y},$$

Рис. 4



$$t_{\text{встречи}}=\frac{2\pi R}{x+y}.$$

Рис. 5

По условию задачи

$$\frac{2\pi R}{x-y}=3\cdot\frac{2\pi R}{x+y},$$

$$\frac{1}{x-y}=\frac{3}{x+y}, \qquad x+y=3x-3y,\ \ 4y=2x,$$

$x = 2y$, то есть $v_{м.} = 2v_а$.

Так как по условию задачи скорость мотоциклиста равна 80 км/ч, то скорость автобуса — 40 км/ч.

О т в е т : 40 км/ч.

При решении предыдущей задачи пройденное расстояние можно было обозначить любой буквой, обозначая его как $2\pi R$, мы просто подчеркнули, что движение идет по кругу.

Пример 8. Две точки движутся по окружности длиной 1,2 м с постоянными скоростями. При движении в разных направлениях они встречаются через каждые 15 с. При движении в одном направлении одна точка догоняет другую через каждую минуту. Найдите скорость движения каждой точки.

Р е ш е н и е . При движении точек в разных направлениях (рис. 6) они за 15 с обе проходят длину окружности, то есть 1,2 м, так как начинают движение одновременно и встречаются через каждые 15 с.

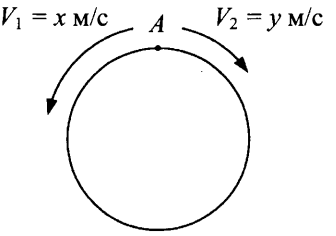


Рис. 6

Таблица 1

	v (м/с)	t (с)	S (м)
I	x	15	$15x$
II	y	15	$15y$

Составим первое уравнение на основании того, что обе точки за 15 с прошли путь 1,2 м, то есть $15x + 15y = 1{,}2$.

При движении точек в одном направлении первая точка догоняет вторую через каждую минуту (то есть для определенности будем считать $x > y$). Это означает, что за 1 минуту первая точка должна пройти полный круг 1,2 м и еще столько, сколько успеет пройти за 1 минуту вторая точка.

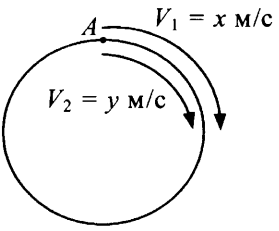


Рис. 7

Таблица 2

	v (м/с)	t (с)	S (м)
I	x	60	$60x$
II	y	60	$60y$

Составим второе уравнение на основании того, что первая точка за указанное время прошла на 1,2 м больше, чем вторая: $60x = 60y + 1{,}2$.

Таким образом, мы получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 15x + 15y = 1{,}2, \\ 60x = 60y + 1{,}2. \end{cases}$$

Решив ее, получим $x = 0{,}05$; $y = 0{,}03$.

Ответ: 0,05 м/с, 0,03 м/с.

Пример 9. По сигналу тренера два бегуна побежали по круговому маршруту в противоположных направлениях. Первый бегун пробежал к месту их встречи на 500 м больше, чем второй. Продолжая бежать по кругу в том же направлении, первый пришел к месту старта через 9 минут после встречи со вторым бегуном, а второй — через 16 минут после встречи. Какова длина кругового маршрута?

Решение. Поскольку мы знаем больше о движении бегунов после встречи в точке A (рис. 8), то имеет смысл сначала рассмотреть его.

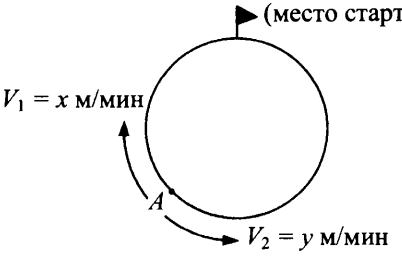


Рис. 8

Таблица 1

	v (м/мин)	t (мин)	S (м)
I бегун	x	9	$9x$
II бегун	y	16	$16y$

После встречи второй спортсмен пробежал путь, уже проделанный первым бегуном. А этот путь был по условию задачи на 500 м длиннее, то есть $16y - 9x = 500$.

Теперь перейдем к ситуации до встречи в точке A.

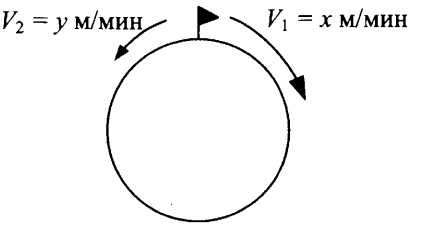


Рис. 9

До встречи первый спортсмен пробегает тот путь, который второй пробежал после встречи, и наоборот, поэтому выразим время через расстояние и скорости.

Таблица 2

	v (м/мин)	t (мин)	S (м)
I бегун	x	$\frac{16y}{x}$	$16y$
II бегун	y	$\frac{9x}{y}$	$9x$

Время каждого спортсмена от старта до места встречи одно и то же, поэтому:

$$\frac{16y}{x} = \frac{9x}{y}.$$

Получили систему уравнений:

$$\begin{cases} 16y - 9x = 500, \\ 16\frac{y}{x} = 9\frac{x}{y}. \end{cases}$$

Ее решением являются числа $\begin{cases} x = \dfrac{500}{3}, \\ y = 125. \end{cases}$

Длина кругового маршрута равна

$$16y + 9x = 16 \cdot 125 + 9 \cdot \frac{500}{3} = 3500 \text{ (м)}.$$

Ответ: 3500 м.

Пример 10. При вращении двух колес, соединенных ременной передачей, меньшее из них делает в минуту на 400 оборотов больше другого, а время, за которое оно делает один оборот, на 0,2 секунды меньше, чем время оборота другого колеса. Сколько оборотов в минуту делает каждое колесо?

Решение. Пусть большое колесо делает x об./мин, а маленькое — y об./мин. Составим таблицу, характеризующую движение каждого колеса в течение одной минуты:

Таблица 1

	v (об./мин)	t (мин)	S (об.)
Большое колесо	x	1	x
Маленькое колесо	y	1	y

По условию задачи $y - x = 400$.

Составим таблицу, характеризующую поворот каждого колеса на один оборот:

Таблица 2

	v (об./мин)	t (мин)	S (об.)
Большое колесо	x	$\frac{1}{x}$	1
Маленькое колесо	y	$\frac{1}{y}$	1

По условию задачи малое колесо делает один оборот на 0,2 секунды быстрее, чем большое колесо:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{300}.$$

Решив систему уравнений $\begin{cases} y - x = 400, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{300}, \end{cases}$ получим $\begin{cases} x = 200, \\ y = 600. \end{cases}$

Ответ: 200 об./мин; 600 об./мин.

Прямолинейное движение не по одной прямой

Пример 11. Два тела движутся по двум сторонам прямого угла. В начальный момент тела отстоят от вершины на 60 и 80 см соответственно. Через 2 секунды после начала движения расстояние между телами стало равно 25 см. Определить скорость каждого тела, если известно, что одно тело движется на 7,5 см/с медленнее другого.

Решение. Прежде чем приступить к решению задачи, определим, в каком направлении движутся тела: от вершины или к ней. Так как 25 см меньше 60 см, 80 см и уж тем более меньше $\sqrt{60^2 + 80^2}$ см, то понятно, что тела движутся к вершине.

Далее, в задаче не сказано, какое из двух тел движется быстрее, поэтому рассмотрим два случая.

I случай. Пусть первое тело движется медленнее второго тела. Если скорость второго тела x см/с, то скорость первого тела $(x - 7{,}5)$ см/с.

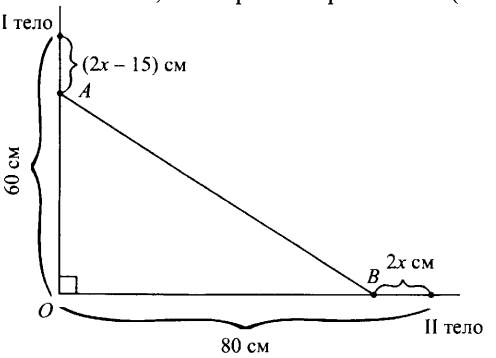


Рис. 10

Охарактеризуем движение тел за 2 секунды.

Таблица 1

	v (см/с)	t (с)	S (см)
I тело	$x - 7{,}5$	2	$2(x - 7{,}5)$
II тело	x	2	$2x$